INSTITUZIONE
IDRODINAMICA

D I

GIROLAMO MAZZUCHELLI

C. R. S.

SOCIO DI VARIE ACCADEMIE.

TOMO III.

IN PAVIA MDCCXCVI.

PER GLI EREDI DI PIETRO GALEAZZI.

CON PERMISSIONE.

LIBRO III.

DELLA MISURA DELL' ACQUA CORRENTE.

CAPO I.

Dei Fiumi in generale.

290. L'Acqua, che cade sulle montagne, qualunque ne sia la sua forma o di pioggia, o di neve, o di nebbia ec., se incontra delle cavità, per cui possa penetrare, e radunarsi nelle viscere, si vede poscia scaturire da se stessa fuori della Terra, formando in questo modo ora una, ora più sorgenti. Le acque di queste alcune volte sormontano le sponde dei loro catini, e in vigore della propria gravità corrono in luoghi più bassi, dove, unendosi alle acque di altre sorgenti, formano dei *ruscelli*,

dall' unione dei quali risultano i *fiumi*. Questa si è l'origine della maggior parte dei fiumi. Dissi *della maggior parte*, essendovene molti, che son figli dei laghi. Di siffatta natura sono in Italia principalmente il Mincio, e la Tresa, dovendo il primo la sua origine al lago di Garda, l'altro a quello di Lugano. Anche il nostro Tesino si può considerare come figlio del Lago Maggiore nel Milanese, potendosi questo Lago considerare come un vasto recipiente delle acque di parecchi fiumi, e laghi, il quale nello scarico delle sue acque per l'emissario situato tra Castelletto, e Sesto Calende forma quel fiume. Per la stessa ragione anche l'Adda è figlio del lago di Como.

291. I fiumi, a misura che si allontanano dalla loro origine verso il mare, dove portano le loro acque, s'ingrossano, acquistando nel corso le acque di altri fiumi, che vi si scaricano. Questi ultimi dopo lo scarico delle loro acque perdono il proprio nome, e si chiamano *tributarj*; i principali poi, che ritengono il loro nome dopo il ricevuto tributo, si dicono *reali*, purchè sieno navigabili, e portino le loro acque fino al mare. I fiumi reali principali d'Italia sono il Pò, l'Adige, l'Arno, e il Tevere: i fiumi principali tributarj del Pò, ch'è il maggiore di tutti gli altri, sono il Tesino, l'Adda, l'Oglio, Mincio ec. I fiumi reali versan nel mare le loro acque chi per una, e chi per più bocche, che si nominano anche *foci*.

292. Le cavità della superficie della Terra, dentro le quali si movono i fiumi dal principio fino al fine del loro corso, si chiamano *alvei*, o *letti*. La parte inferiore dell'alveo, che viene all'ingiù premuta dal peso dell'acqua corrente, porta il nome di *fondo*, e le parti laterali, che ne impediscono lo spargimento, quello di *sponde*, o *rive*. Gli alvei sono o *naturali*, o *artifiziali*. I secondi sono stati fatti dalle operazioni degli uomini, i primi da quelle della Natura. Gli alvei dei fiumi grandi della Terra sono naturali: quei dei canali d'acqua, che si derivano per la navigazione, o per l'irrigazione delle campagne, o per gli usi dei mulini, e di altre fabbriche, sono artifiziali. Di questa spezie sono i due Naviglj di Milano tratti uno dal Tesino, e l'altro dall'Adda, il grandioso canale, che forma in Linguadocca la comunicazione del Mediterraneo coll'Oceano, gli ammirabili canali in fine dell'Olanda, i quali oltre il vantaggio del facile commercio trattengon rinchiuse le paludose acque, che per lo innanzi ricoprivano quel paese. Finalmente gli alvei naturali hanno una figura irregolare, gli artifiziali ordinariamente la figura di un parallelepipedo retto.

293. Tutti gli alvei dei fiumi dal luogo, dove questi han l'origine, fino al mare, dove sboccano, sono inclinati all'orizzonte. Ma questa lor pendenza va sempre insensibilmente scemandosi, a misura che i fiumi s'accostano al mare,

coficchè negli ultimi tratti essa è quasi insensibile, ossia si può considerare il fondo quasi orizzontale. Vi son però degli alvei, la cui pendenza è rapidissima in certi luoghi, quantunque molto distanti dalla lor origine, e quindi formasi ciò, che si chiama *cateratta*, che altro non è, se non una caduta d'acqua più rapida, che nella corrente solita del fiume. Tali sono le due cateratte del Reno, l'una a Bilefeld, e l'altra vicina a Scaffusa: tali le molte del Nilo: tale finalmente la più rinomata di tutte del fiume Niagara nel Canadà, precipitando questo coll'immensità delle sue acque a guisa di un torrente impetuoso dall'altezza di 156 piedi in circa.

294. I fiumi, mentre scendono rapidamente dai piani inclinati delle montagne, dov'essi hanno l'origine, dentro dei loro alvei, in virtù della forza, che acquistano nella discesa, distaccano dalla superficie del nostro globo, e seco trasportano e terra, e arena, e ghiaja, e sassi. La quantità della materia, che insieme coll'acqua trasportano i fiumi, dipende non solamente dalla lor forza, ma ancora dal numero degl'impedimenti, che incontrano nel moto, e dalla natura del terreno, per il quale passano. „ Le variazioni seguite in questo secolo sulle montagne, il taglio delle macchie, e dei boschi, la coltivazione intrapresa con poco buon'ordine anche sulle falde più ripide sono poi le funeste cagioni, per cui s'è fatta adesso maggiore nei fiumi, come

l'altezza delle piene, così ancora la quantità delle materie trasportate insieme colle acque. Mentre, levati gl'impedimenti dei cespuglj, e delle piante, ricadono le acque più presto, e più copiosamente nei fiumi, e passando per terreni già smossi dall'aratro, e dalla zappa, si caricano più di terra, di arena, e sassi, di quello che facevano per lo passato. Così adesso si fa maggiore l'interramento degli alvei, e le piene con esser più brevi riescono ancora più alte, e più violente". Frisi nel c. IV. l. V. delle sue *Istituzioni di Meccanica, Idrostatica ec.*

295. Le materie terree, e le arene, quantunque sieno specificamente più gravi dell'acqua, restan con questa alcune volte incorporate, non arrivando esse col picciolo eccesso della loro gravità a superare la resistenza, che oppone alla loro discesa l'agitazione dell'acqua. In questo caso l'acqua perde la sua trasparenza, e si chiama propriamente *torbida*. ,, Ho voluto sperimentare, *dice il lodato Autore*, che quantità di torbide portava l'Arno nella gran piena seguita in Pisa alla metà di Novembre del 1761. L'acqua, che ho preso alla superficie del fiume, detratto il peso del vaso, pesava 16 once toscane, e denari 3. Il sedimento lasciato in 24 ore pesava denari 3, che poi s'erano ridotti a due soli, dopo ch'erasi lasciata svaporare, e asciugare tutta la polvere: e poichè l'acqua dopo 24 ore non era ancora interamente limpida,

potrà supporsi la quantità della torbida di circa $\frac{1}{194}$ “.

296. Le altre materie, le arene grosse cioè, le ghiaje, e i sassi, a differenza delle prime, allorchè vengono strascinate dalla corrente dell' acqua, non si movono ordinariamente, se non radendo il fondo. Dall' urto di queste materie con quelle del fondo principalmente ne nasce quel continuo mormorio, che si sente nei fiumi ghiarosi. Si osserva, che le ghiaje, e i sassi dei fiumi son più puliti, e più lisci degli altri, che si trovano sparsi per le pianure, e sulle montagne. La ragione si è: le ghiaje, e i sassi mentre spinti dall' impeto della corrente scorrono gli uni sopra degli altri, e si percuotono, si fregano, e perdono le punte più irregolari; il che basta per conciliar loro un maggior grado di pulimento. Le ghiaje alcune volte vengono anche dal fondo del fiume distaccate, e sbalzate dalla forza dell'acqua qua, e là irregolarmente.

297. La gradazione, con cui s' arrestano dentro l'alveo le materie eterogenee, quando si scema l' agitazione dell' acqua, si è la seguente, siccome appoggiato alle sue osservazioni asserisce lo stesso Autore. „ Scendendo dai primi tronchi di qualche fiume all' ingiù si osservano sparsi, e ammucchiati sul fondo prima i sassi più grossi, e irregolari, poscia i sassi rotondi, e di mano in mano i più piccoli: in seguito la ghiaja grossa, e la breccia minuta: e in fine l'arena, e la pura terra “. Ma di tutto ciò si tornerà a parlare.

298. Esaminando attentamente gli andamenti dei fiumi, che si portano al mare, si osserva

I. Che la direzione, che sieguono i fiumi sì grandi, come piccioli nel loro corso sulla superficie della Terra, è sì varia, che, trascurati ancora gli alterni serpeggiamenti dei loro alvei, non si può dire, che tendan tutti al mare secondo un punto cardinale determinato. Ond'è, che molti, come il Pò, il Danubio, il fiume delle Amazoni, di S. Lorenzo, l'Orenoque, l'Hoang, Kiang ec. tendono a Levante, molti come la Senna, la Loira, il Senegal, la Zaira ec. a Ponente, molti come il Rodano, la Volga, il Tanai, il Boristene, l'Eufrate, il Gange, la Plata, il Missisipì ec. a Mezzodì, molti finalmente come il Reno, la Duina, il Nilo, l'Oby, il Jenisca ec. a Settentrione, siccome c'insegnano le migliori carte Geografiche.

II. Che nelle pianure, e valli larghe, che attraversano i gran fiumi, il fondo dei loro alvei occupa ordinariamente il sito più basso. Spesse volte però la superficie delle loro acque è più elevata, che la stessa pianura adjacente ai bordi, principalmente quando il fiume è a bordo pieno, ossia quando ha la sua superficie a livello coi suoi bordi. Dall'una, e dall'altra parte di questi si osserva una pendenza insensibile a guisa di scarpa sino ad un certo punto della pianura. Quindi è, che se mentre ivi il fiume si ritrova a bordo pieno, corrode da una, e dall'altra parte

le sue sponde, si vede ben presto allagata la pianura fino ad un'altezza di considerazione, avantichè sieno le sue sponde inondate.

III. Che i gran fiumi nell'interno delle terre ad una distanza considerabile del mare scorrono diritti, e sieguono la stessa direzione per lungo viaggio, mentrechè si moltiplicano i giri del loro corso, a misura che si avvicinano al mare. Di quest'indizio appunto si servono i Viandanti, e nell'America Settentrionale i Selvaggi per conoscere, se sono dal mare molto, o poco lontani. Quindi non è da farsi stupore, se i gran fiumi dividonsi ordinariamente in molte bocche per giungere al mare. Poichè le loro sinuosità si moltiplicano, a misura ch'essi si accostano al mare, se alcune di queste dalla forza della corrente si apre, si forma allora una nuova bocca, per cui si scarica in mare una parte della loro acqua.

IV. Che la maggior larghezza dei fiumi si trova ordinariamente verso le foci. Vi sono dei fiumi, che hanno nelle stesse foci una larghezza smisurata. Tali sono principalmente il fiume della Plata, e il Senegal, essendo la larghezza del primo alla sua imboccatura di 150 e più miglia, e del secondo di 60. Ciò, che si osserva di singolare alle foci dei fiumi, si è principalmente, che ivi il fondo dell'alveo è elevato in modo, ch'essi per portarsi al mare debbono salirvi come su di un piano inclinato a differenza del resto del fondo, per il quale discendono.

299. Pare, che la elevazione della terra, che si osserva alle sponde dei gran fiumi nelle pianure, e valli spaziose, che questi attraversano, provenga dalle deposizioni fangose cagionate dalle inondazioni. L'acqua, quando per la soverchia pienezza esce dai suoi bordi, per li moltiplici impedimenti, che allora incontra, perde parte della sua velocità. Però, scematasi l'agitazione delle sue particelle, depone parte delle sue materie straniere, e depurasi, a misura ch'essa più si spande nella pianura. Ora le parti fecciose, che la corrente dell'acqua seco non porta, restano sopra i bordi, e a poco a poco gl'innalzano sopra il resto della pianura. Dalla deposizione delle materie terree si deve ripetere anche la causa dell'acclività del fondo alle foci dei fiumi. Questi, mentre sboccano in mare, per la resistenza, che le acque di questo oppongono al loro moto, perdono parte della propria velocità. Quindi è, che, quando la velocità residua delle loro acque non è più sufficiente a sostenere le materie straniere, ch'essi seco portano, le depongono allora al fondo.

300. Se di più si esamina la velocità del corso dei fiumi si osserva

I. Che la velocità, che hanno i fiumi per i loro alvei, non è la stessa in tutti i luoghi. La maggior velocità si trova in quella parte, che corrisponde alla maggior profondità dell'alveo. Questa parte, dove trovasi il maggior corso, si

chiama il *filone del fiume*, e si conosce dalle materie, che galleggiano sopra l'acqua, portandosi tutte queste in fine ad unirsi, dove la corrente è più veloce.

II. Che nei fiumi distesi in linea retta il filone si ritrova nel mezzo: nei curvilinei s'accosta ora alla destra, ora alla sinistra riva, secondando il giro del fiume. Le rive, alle quali esso s'accosta considerabilmente, si dicon *botte*, e queste sono nella parte concava della curvità: le altre a dirimpetto, dalle quali si discosta, si nominano *spiagge*.

III. Che dal filone andando alle sponde per traverso del fiume le velocità vanno scemandosi. Alcune volte però oltre il filone principale si trovano degli altri secondarj, fra mezzo i quali l'acqua cammina più lentamente, siccome si osserva nel Pò; il che succede, quando l'alveo del fiume è scannellato per lungo.

301. Se si esamina finalmente la posizione della superficie di un fiume riguardo all'orizzonte, prendendo questa da una all'altra sponda, si osserva

I. Che quando un fiume ha un corso perfettamente libero, e la velocità del suo filone non molto maggiore di quella delle acque verso le sponde, allora la di lui superficie è posta sensibilmente a livello.

II. Che, quando un fiume oltre la libertà del corso ha anche la velocità del suo filone

notabilmente più grande di quella delle acque verso le sponde, allora la di lui superficie è più elevata nel mezzo della corrente, dove negli alvei diritti si trova il filone, che verso le sponde. Quindi è, che in tempo di piena, allorchè un fiume s'ingrossa notabilmente o per le pioggie cadute, o per le nevi dileguate, esso forma allora una spezie di curva convessa, il punto più elevato della quale è nel filone. Siffatta elevazione è talvolta considerabilissima, potendo essa giungere anche a tre piedi, siccome consta dalle osservazioni fatte dal Sig. Hupeau valorosissimo Ingegnere di ponti, e di argini sulla differenza del livello dell'acqua del bordo dell' Avejron, e di quella del mezzo.

III. Che nei fiumi vicino alle loro imboccature la superficie dell'acqua prossima alle sponde trovasi in tempo di alta maréa più elevata, che quella del mezzo, formando essa allora una curvità concava, il punto più basso della quale si ritrova nel filone.

302. Ma donde avviene, che negli ultimi due casi la superficie dell'acqua corrente non è posta a livello? Quando la velocità del filone è notabilmente maggiore di quella dell' acqua verso le sponde, allora la prima scema più, che la seconda l' azione della gravità della stess' acqua. Però, affinchè possa l'acqua del filone mettersi col suo peso in equilibrio con l' acqua vicina alle sponde, deve innalzarsi, finchè le loro mutue

azioni contrarie diventino eguali. L'altro caso avviene, perchè l'acqua vicina alle sponde avendo minor velocità, che quella del filone, viene dall' azione della maréa rispinta in dietro, mentre l'altra discende nel mare. Ond'è, che molte volte all'imboccatura dello stesso fiume si osservano due correnti contrarie, l'una nel mezzo, che si dirige al mare, l'altra alle sponde, la quale risale lungo l'alveo. In questo caso tutta l'acqua del fiume deve passare per il mezzo della corrente, dovendo l'acqua elevata alle sponde cadere verso il mezzo, ch'è più basso, con tanta maggiore rapidità, quant'essa è più elevata. Di quest'altro indizio possono servirsi i Viaggiatori per luoghi incogniti, e disabitati, affine di conoscere, se sono molto, o poco lontani dal mare. Egli è chiaro, che la corrente contraria sarà tanto più considerabile, quanto minore sarà la distanza dal mare, e maggiore la larghezza del fiume. L'azione della maréa si rende sensibile nei fiumi grandi fino alla distanza di 100, di 200 ancora leghe, siccome appunto ha osservato nel fiume delle Amazoni il celebre la Condamine nella relazione del suo viaggio.

CAPO II.

Della misura dell' acque correnti nell' ipotesi, che il loro moto venga prodotto dalla discesa per gli alvei.

303. SE si taglia un fiume secondo la sua larghezza con un piano perpendicolare al fondo, la comune sezione, che quindi ne risulta, si chiama *sezione del fiume*. In un fiume artifiziale la sezione è un rettangolo, la base del quale è la larghezza, e l' altezza del quale è l' altezza del fiume; in un fiume poi naturale la sezione è una figura irregolare. Si prende per altezza di una sezione quella sola parte della perpendicolare calata dalla superficie dell' acqua nel fondo, per la quale scorre continuamente l' acqua, ossia per la quale niente di acqua passerebbe, se subito cessasse nel tratto superiore il corso del fiume, potendosi il resto dell' acqua, che si contiene stagnante nelle cavità del fondo considerare come una parte dello stesso fondo. Quest' altezza per distinguerla dalla totale si nomina *viva*, chiamandosi l' acqua, che corre, *viva* a differenza dell' altra stagnante nelle cavità del fondo, che si dice *morta*.

304. *Scolio*. Le sezioni dei fiumi sono per lo più figure irregolari. Perciò per ridur queste alla figura rettangolare, affine di ritrovare como-

damente la misura dell' acqua corrente bisogna procedere in questo modo secondo gl'insegnamenti del Sig. Abate Bossut nella sua Idrodinamica. Nella retta AG (fig. 1.), che misura la larghezza della sezione verticale ADG, si prendano le parti eguali, e piccole AO, ON, NM ec., e si misurino le altezze corrispondenti dell' acqua OB, NC, MD ec. Le parti AO, ON, NM ec. debbono essere sì piccole, che si possan considerare gli archi AB, BC, CD ec. sensibilmente come tante rette, ossia, che si possa considerare la sezione ADG sensibilmente come un poligono rettilineo. Egli è chiaro, che l'area di questo dev' esser $= OB . \frac{1}{2} AO + (OB + NC) . \frac{1}{2} AO + (NC + MD) . \frac{1}{2} AO + (MD + IE) . \frac{1}{2} AO + (IE + HF) . \frac{1}{2} AO + HF . \frac{1}{2} AO = (2 OB + 2 NC + 2 MD + 2 IE + 2 HF) . \frac{1}{2} AO = (OB + NC + MD + IE + HF) . AO$, eguale cioè al prodotto della somma delle altezze dell' acqua in una delle parti eguali, in cui è stata divisa la larghezza della sezione. Si divida ora questo prodotto per l'intera larghezza AG, e si ponga, che il quoto sia l'altezza OQ. L'area del rettangolo compreso sotto le rette AG, OQ, ossia del rettangolo APRG sarà eguale all' area della sezione ADG, essendo

$$\frac{(OB + NC + MD + IE + HF) . AO}{AG} = OQ,$$

siccome si suppone; e quindi $(OB + NC + MD + IE + HF) . AO = OQ . AG$. Nella pratica, sicco-

ficcome avverte il lodato Autore, si può senza pericolo di molta considerazione prendere il rettangolo APRG per la sezione ADG del fiume.

305. Un fiume diceſi *nello ſteſſo ſtato di pienezza*, allorquando la sua superficie nè s' innalza, nè ſi abbaſſa, oſſia ch' è lo ſteſſo, allorquando tutte le sue sezioni reſtano invariabilmente le ſteſſe. Queſto ſtato di permanente pienezza, che ſi chiama comunemente *ſtato di permanenza*, ſi dà per molte ore, e per giorni intieri ancora nelle maggiori piene.

306. *Scolio*. La teoria del movimento delle acque correnti è anche al dì d' oggi, ſiccome ciascun Matematico deve ingenuamente confeſſare, sì imperfetta principalmente per le infinite reſiſtenze, che quelle incontrano nel loro corso, che non può eſſere in pratica, se non di pochiſſimo vantaggio. Però l' Idraulico Architetto non deve contentarſi della sola teoria del moto dei fiumi, ma bisogna di più, ch' egli vi aggiunga l' esperienza non solo degli effetti loro in generale, ma eziandio del fiume in particolare, del quale ha eſſo da trattare, se vuole ragionare fondatamente, e farvi sopra lavori utili, e durevoli.

TEOREMA I.

Si supponga, che da un lago inesauſto esca un fiume, il fondo del quale ſia inclinato all' orizzonte. Dico, che la velocità di una

delle sue particelle, sarà eguale a quella, che acquisterebbe un grave cadendo liberamente in vigore della sola sua gravità dall' altezza, che ha su di quella la superficie del lago.

307. Sia CD l'emissario (fig. 2.) del lago inesausto ASDB, avente la sua superficie costantemente in AB, CMND un fiume egualmente largo dappertutto, CM la superficie, DN il fondo inclinato del fiume, e presa in E una sezione, l'altezza della quale sia la perpendicolare FE, si tiri l'orizzontale EZ. Egli è chiaro, che si può considerare il lago ASDB come un gran vase pieno di acqua, e l'emissario CD come un piccol foro di questo vase. Però la velocità dell'acqua fluente dal punto D dell'emissario dev'esser eguale a quella, che acquisterebbe un grave, cadendo liberamente in vigore della sola sua gravità dall'altezza BD (26.). Ma poichè la stess'acqua, discendendo lungo il piano inclinato DN, acquista in E un'altra volocità eguale a quella, che acquisterebbe un grave liberamente cadendo dall'altezza DZ, dev'esser tutta la sua velocità nel punto E, eguale a quella, che avrebbe un grave, se fosse liberamente caduto dall'altezza BZ, ossia, alzata la verticale EG dal punto E, fin dove questa concorre colla superficie AB del lago prolungata indefinitamen-

te, dall'altezza GE della superficie del lago ASDB sopra l'acqua nel punto E. La ſteſſa dimoſtrazione vale anche per le altre particelle, che paſſano per gli altri punti dell'altezza FE. Ciocchè ec.

308. *Coroll.* I. Si prolunghino il fondo DN, e la superficie CM del fiume, fin dove concorrono colla superficie del lago nei punti A, K. Egli è chiaro, che ſi può conſiderar l'acqua, che paſſa per il punto E, come attualmente discesa per il piano inclinato AE, eſſendo anche la velocità, che acquiſta un grave in fine della sua discesa per il piano inclinato AE, eguale a quella, che ſi acquiſterebbe in fine della discesa verticale dall'altezza BZ. Per la ſteſſa ragione anche l'acqua, che paſſa per il punto F dell' altezza EF della ſteſſa sezione, ſi può conſiderare come attualmente discesa per il piano inclinato KF. Perciò ſi può ſtabilire l'origine del fiume CMND nella parte AK della superficie del lago.

309. *Coroll.* II. La velocità dell'acqua, che paſſa nello ſteſſo tempo per l'altezza FE della sezione non è la ſteſſa in tutti i punti di quella: maſſima cioè ella ſi è nel punto E del fondo, minima nel punto F della superficie del fiume, maggiore, o minore finalmente nei punti di mezzo, secondochè queſti sono più, o meno diſtanti dalla superficie del fiume, eſſendo l'altezza della superficie del lago, da dove sorte

il fiume, ossia dell' origine del fiume su del punto E massima, su del punto F minima, su dei punti di mezzo finalmente maggiore, o minore, secondochè maggiore, o minore si è la loro profondità, siccome si vedrà, conducendo da ciascun punto dell'altezza EF le perpendicolari, ossia le orizzontali alla verticale EG. Quindi nasce la necessità della considerazione della velocità media dell' acqua fluente per l' altezza EF (169.).

310. *Coroll.* III. Si prenda nel fondo DN un punto N più lontano dall'origine del fiume, che il punto E, e per quel punto si conduca una sezione, la di cui altezza sia NM. Si alzi poscia dal punto N la verticale NH al piano orizzontale dell' origine del fiume, e dai punti N, E si tirino le orizzontali NV, EZ. Essendo l' altezza BV maggiore di BZ, deve anch' essere l' altezza NH maggiore di EG, e quindi la velocità dell' acqua, che passa per il punto N, maggiore di quella dell' acqua, che passa per il punto E. Per la stessa ragione, presi i punti *m*, *n* delle altezze MN, FE egualmente lontani dal fondo, l' acqua, che scorre per il punto *m*, deve aver maggior velocità, che l' acqua, che scorre per il punto *n*; il che ha luogo anche negli altri punti delle due altezze delle sezioni. Si vede adunque, che la velocità dell' acqua di un fiume tanto più cresce, quanto più questo si allontana dalla sua origine.

311. *Coroll.* IV. Si concepisca il fondo DN accostarsi alla verticale DV, e prendere la posizione della retta DT. Poichè, prese le parti eguali DE, De dei fondi DN, DT, e condotta dal punto *e* la parallela *e*V al piano dell'origine del fiume, l'altezza BV di questo piano sul punto *e* maggiore si è dell'altezza BZ dello stesso sul punto E, deve la velocità dell'acqua, che passa per il punto *e*, esser maggiore della velocità dell'acqua, che passa per il punto E. Adunque la velocità dell'acqua di un fiume cresce allora, quando il suo fondo si rende più declive. Si ponga ora il fondo DN allontanarsi in modo dalla verticale DV, che diventi parallelo al piano stesso dell'origine del fiume, prendendo la situazione orizzontale DI. Egli è chiaro, che svanirà in questo caso quella parte della velocità, che proviene dall'accelerazione della gravità *relativa* lungo il fondo inclinato DN, non restando all'acqua, che scorre lungo il fondo orizzontale, se non la velocità, che ha essa al sortire dall'emissario. Perciò la velocità dell'acqua nel punto I del fondo orizzontale è uguale a quella, che acquisterebbe un grave, cadendo liberamente dal punto H del piano dell'origine del fiume nel punto I. In questo caso la velocità dell'acqua fluente non si accelera nel suo corso.

312. *Scolio*. I fiumi, mentre si movono dentro i proprj alvei, incontrano infiniti ostacoli

al loro moto. Tali sono il perpetuo sfregamento delle acque contro il fondo, e le rive, le disuguaglianze del fondo, la tortuosità dell'alveo, il continuo scemamento della declività del fondo dalla sorgente del fiume fino alla foce, le chiuse o naturali, o artifiziali, i gorghi, gli scoglj, i sassi, le ghiaje, le arene, le erbe ec. Egli è chiaro, che il moto dell'acqua corrente deve durare ad essere accelerato, finchè la resistenza, che proviene dagli ostacoli, è minore della forza, che lo accelera: che deve diventare equabile, allorchè la resistenza diventa eguale alla forza acceleratrice: che finalmente deve diventare ritardato, quando la resistenza supera la suddetta forza. Adunque non deve far maraviglia, se la corrente di un fiume molte volte non si fa più celere, allontanandosi dalla sua sorgente: se molte volte ha maggior velocità nei luoghi più vicini alla sua origine, che nei più lontani: se finalmente il punto della maggior velocità non si trova, se non rare volte verso il fondo ritrovandosi esso alcune volte alla superficie, il più delle volte verso il mezzo della profondità della corrente.

PROBLEMA I.

Data, oppure ritrovata mediante la livellazione l'altezza dell'origine di un fiume al di su delle estremità dell'altezza di una data se-

zione, ritrovare la quantità dell' acqua, che in un dato tempo passerebbe per quella sezione, se il fiume nel suo corso non patisse alcuna resistenza.

313. Sia AB il fondo inclinato (fig. 3.), e HO il piano orizzontale dell' origine del fiume. Dall' estremità F, B dell' altezza BF della data sezione si conducano al piano HO le verticali FM, BN. Egli è chiaro, che la velocità assoluta dell'acqua, che passa per l'estremità F della suddetta altezza, sarà $= \sqrt{(FM \cdot 2g)}$, e quella dell' acqua, che passa per l' altra estremità B, $= \sqrt{(BN \cdot 2g)}$ (39.). Si applichi ora all' estremità F di BF perpendicolarmente la retta $FG = \sqrt{(FM \cdot 2g)}$, e all' altra B la retta $BC = \sqrt{(BN \cdot 2g)}$. Queste due rette esprimeranno le velocità assolute dell'acqua fluente dai punti F, B dell' altezza BF della data sezione, ossia gli spazj da quest' acqua descritti in un secondo, ossia finalmente la quantità dell' acqua, che in un secondo passa per quegli stessi punti. Se nello stesso modo si ricercheranno le velocità assolute dell' acqua fluente dagli altri punti della stess' altezza, e se a questi si applicheranno poscia perpendicolarmente le rette uguali alle velocità assolute ritrovate, si avrà anche la quantità dell' acqua, che passa in un secondo anche per gli altri punti dell' altezza. Però la quantità dell'

acqua, che paſſa in un secondo per l'altezza BF della data sezione, dev' eſſer' eguale all' area della figura miſtilinea BFGEC.

Si prolunghi l'altezza BF della sezione fino al piano OH dell' origine del fiume. Egli è chiaro, che la curva GEC è un segmento della parabola HGEC descritta intorno alla retta BH, come intorno ad un'aſſe con un parametro $= 2g$. Imperocchè, eſſendo $BC : FG = \sqrt{(BN . 2g)} : \sqrt{(FM . 2g)}$, dev' eſſere anche $BC^2 : FG^2 = BN . 2g : FM . 2g = BH . 2g : FH . 2g$, ſtando per la somiglianza dei due triangoli NHB, MHF $BN : FM = BH : FH$. Perciò, eſſendo queſta la natura della parabola HGC descritta intorno la retta BH come intorno al suo aſſe col parametro $2g$, deve la curva GEC eſſer un segmento di eſſa. Perciò anche, eſſendo la quantità dell' acqua, che paſſa in un secondo per l' altezza BF della sezione, eguale al segmento BFGEC dell' area della parabola, deve la suddetta quantità eſſer $= BHC - FHG = \frac{2}{3} BC . BH - \frac{2}{3} FG . FH$ (34.).

Si chiami ora t il numero dei secondi, che ſi contengono nel dato tempo, b la larghezza della data sezione. Sarà la quantità dell' acqua, che nel dato tempo scorre per l'intiera sezione $= bt . (\frac{2}{3} BC . BH - \frac{2}{3} FG . FH)$. Si chiamino A, a le altezze date BN, FM del piano dell' origine del fiume al di su delle eſtremità B, F dell' altezza BF della sezione: sarà $BC = \sqrt{(A . 2g)}$,

$FG = \sqrt{(a.\ 2g)}$. Inoltre, poichè $BC^2 : FG^2 = BH.\ 2g : FH.\ 2g = BH : FH$, deve anche ſtare $BC^2 - FG^2 : BC^2 = BH - FH : BH = BF : BH$. Però $BH = \frac{BC^2.\ BF}{BC^2 - FG^2} = \frac{A.\ 2g.\ BF}{A.\ 2g - a.\ 2g} = \frac{A.\ BF}{A - a}$, oſſia, chiamata p l'altezza BF della sezione, $= \frac{Ap}{A - a}$. Quindi $FH = BH - BF = \frac{Ap}{A - a} - p = \frac{ap}{A - a}$.

Finalmente, fatta la ſoſtituzione di queſte quantità nell'equazione di ſopra, ſi troverà, che la quantità dell'acqua, che nel dato tempo paſſa per la data ſezione, dev'eſſer $= \frac{2}{3} bt$. $\frac{(Ap\sqrt{(A.\ 2g)} - ap\sqrt{(a.\ 2g)})}{A - a}$ piedi cubici, se in piedi ſi esprime l'altezza, e la larghezza della sezione. Ciocchè ec.

314. *Coroll.* I. Si supponga la parte del fondo, dove ſi è presa la sezione, di quaſi neſſuna pendenza, oſſia ſenſibilmente orizzontale. Egli è chiaro, che in queſta ipoteſi la retta BF, oſſia l'altezza della sezione sarà verticale, e quindi $BH = A$, e $FH = a$. Perciò, fatta la ſoſtituzione, ſi troverà la quantità dell'acqua, che paſſa nel dato tempo per la data sezione, $= \frac{2}{3} bt.$ $(A\sqrt{(A.\ 2g)} - a\sqrt{(a.\ 2g)})$.

315. *Coroll.* II. Data, oppure ritrovata

l'altezza dell' origine di un fiume al di su delle estremità dell'altezza BF di una sezione, si trova quindi facilmente la velocità *media* (170.) dell' acqua fluente dall'altezza BF. Si cerchi la quantità dell' acqua, che in un secondo realmente passa per l'altezza BF con varia velocità (313.). Si troverà eguale all'area del segmento parabolico BFGC. Se tutte le particelle dell' acqua, che passa per l'altezza BF della sezione, avesser la media velocità x, la quantità dell' acqua, che in un secondo passerebbe per quell'altezza, sarebbe uguale all'area del rettangolo BFPQ, che ha per altezza l' altezza BF della sezione, e per base l' incognita velocità media x. Quindi, poichè questa seconda quantità d'acqua dev' essere eguale alla prima, siccome richiede la natura della velocità media, deve l' area del rettangolo BFPQ esser' eguale all' area del segmento BFGC della parabola. Quindi anche dividendo la quantità dell' acqua, che passa in un secondo per l'altezza BF della sezione, si ha la misura della velociaà media dell' acqua fluente.

316. *Scolio*. Il punto D dell'altezza BF della sezione, per il quale l' acqua passa con media velocità, si ritrova in questo modo. Dalla semiordinata BC, ch' esprime la velocità assoluta dell' acqua fluente per l' estremità B dell' altezza della sezione, si levi la parte BQ eguale alla velocità media già ritrovata, e dal punto Q si alzi la perpendicolare QP, che taglia la parabola nel

punto E. Da questo punto poscia si conduca all' asse BH della parabola la perpendicolare ED, che sarà la semiordinata, che corrisponde al punto E. Egli è chiaro, che D è il punto dell'altezza BF della sezione, nel quale l'acqua scorre colla velocità media. Per ritrovare la distanza BD del punto D si chiami p il parametro della parabola HGC, x, z le ascisse DH, BH corrispondenti alle semiordinate DE, BC: si avrà $DE + BC = \sqrt{xp} + \sqrt{zp}$, e quindi $BC - DE$, ossia $QC = \sqrt{zp} - \sqrt{xp}$. Ora si moltiplichino fra loro i primi, e i secondi membri delle due equazioni. Si troverà $(DE + BC).\ QC = Zp - xp = p.\ (Z - x) = p.\ BD$.

Però $BD = \frac{(DE + BC).\ QC}{p}$, ossia, poichè nel nostro caso $p = 2g$ (313.), $= \frac{(DE + BC).\ QC}{2g}$, dove tutte le quantita son note.

TEOREMA II.

Si supponga l'alveo, per il quale scorre il fiume, che sorte dall' emissario CD *del lago inesausto* ASDB (fig. 2.), *di figura irregolare, e che il fiume sia nello stato di permanenza. Dico, che le quantità dell' acqua, che in un dato tempo passeranno per*

due delle di lui sezioni, comunque disuguali, saranno eguali.

317. Si pongano le due sezioni FE, MN del fiume CMND disuguali. Se per la sezione inferiore MN passasse nello stesso tempo minor quantità di acqua, che per la superiore FE, la quantità d'acqua, che trovasi fra le due sezioni FE, MN, si sarebbe maggiore, e quindi la superficie FM del fiume si alzerebbe. Parimente se per la sezione inferiore MN passasse nello stesso tempo maggior quantità d'acqua, che per la superiore FE, la quantità dell'acqua, che giace fra le due sezioni FE, MN, si sarebbe minore; e però la superficie FM si abbasserebbe. Ma, poichè la superficie FM resta sempre, siccome si suppone, nello stesso luogo senza punto alzarsi, o abbassarsi, la quantità dell'acqua, che passa nello stesso tempo per la sezione MN, non può essere nè minore, nè maggiore della quantità d'acqua, che passa per la sezione FE. Deve adunque essere eguale. L'Autore di questo bel Teorema si è il P. Ab. Castelli. Ciocchè ec.

318. *Coroll.* I. Quindi ne siegue, che, se un fiume dimora nello stato di permanenza alla sua foce, essa versa precisamente tant'acqua, quanta ne riceve dalle sue parti superiori: se la sua superficie si solleva, esso ne versa meno: se finalmente s'abbassa, ne versa più di quella, che

ne riceve. Nel 2.° caso l'eccesso dell'acqua, che il fiume riceve, sopra quella, che ne versa, produce il gonfiamento: nel 3.° l'eccesso dell'acqua, che versa, sopra quella, che ne riceve, produce l'abbassamento della superficie.

319. *Coroll.* II. Si chiamino S, s le sezioni FE, MN, V, v le velocità medie dell'acqua, Q, q le quantità dell'acqua fluente nello stesso tempo dalle suddette sezioni. Egli è chiaro, che si avrà $Q = SV$, $q = sv$ (171.). Ma, poichè il fiume dimora nello stato di permanenza, siccome si suppone, dev'esser $Q = q$; e perciò anche $SV = sv$; e quindi $V : v = s : S$, ossia le velocità medie dell'acqua fluente nello stesso tempo da due sezioni, mentre il fiume si trova nello stato di permanenza, sono in ragione inversa delle sezioni.

320. *Coroll.* III. Quando un fiume si trova nello stato di permanenza, deve la sua acqua nel passare da una sezione più grande ad una più piccola accelerare la velocità, e ritardarla al contrario nel passare da una sezione più piccola ad una più grande, essendo egli chiaro, che se S è maggiore di s, deve V esser minore di v, e viceversa, attesa la natura della proporzione $V : v = s : S$.

321. *Scolio*. Il Corollario è conforme alla sperienza, insegnandoci questa, che l'acqua si move con maggior velocità, dove il fiume ha minor larghezza. Ond'è, che nella pratica si

suole riſtringere l'alveo del fiume, quando ſi vuole dare all' acqua maggiore velocità.

TEOREMA III.

Si supponga l'alveo, per il quale scorre il fiume, che sorte dall' emiſſario CD *del lago inesauſto* ASDB, *artifiziale, e ſia il fiume nello ſtato di permanenza. Dico, che le altezze delle sezioni dovran sempre scemarſi a misura, che queſte ſi allontaneranno dall' origine del fiume.*

322. Poichè il fiume è nello ſtato di permanenza, ſiccome ſi suppone, deve nello ſteſſo tempo paſſare sì per la sezione FE più vicina alla sua origine, che per la più lontana MN la ſteſſa quantità d'acqua (317.). Ma non può queſta paſſare, se non poſta l'altezza MN della sezione inferiore minore dell' altezza FE della sezione superiore. Imperocchè se quella foſſe o eguale, o maggiore, poichè l'acqua vi paſſa con maggiore velocità, la quantità dell'acqua fluente della sezione inferiore nello ſteſſo tempo sarebbe maggiore di quella dell'acqua fluente dalla superiore, eſſendo ambedue le sezioni egualmente larghe, ſiccome ſi suppone. Si vede adunque, che, quando un fiume di fondo inclinato all'orizzonte, e dappertutto egualmente largo ſtà nello ſtato di

permanenza, le altezze FE, MN delle sezioni debbonsi scemare, a misura che queste si allontanano dall' origine del fiume. Ciocchè ec.

323. *Coroll.* I. Poichè le estremità F, M delle altezze EF, NM delle sezioni si accostano sempre più alle altre estremità E, N, a misura che le sezioni si allontanano dall' origine del fiume, deve anche la velocità dell' acqua nella superficie, e nel fondo tanto più accostarsi all' eguaglianza, quanto più la sezione è distante dall' origine del fiume. Perciò nelle sezioni molto lontane si può senza error notabile considerare la velocità dell' acqua nella superficie come eguale a quella della stess' acqua verso il fondo.

PROBLEMA II.

Ritrovare meccanicamente la velocità assoluta dell' acqua di un fiume nella superficie.

324. SI adopera a questo fine un galleggiante, che non sia di molto volume, e che abbia quasi la stessa gravità specifica dell' acqua. Questa condizione è necessaria, perchè il galleggiante possa quasi intieramente immergersi nell' acqua per non risentire la resistenza dell' aria: quella, perchè, immergendosi nell' acqua, non risenta la velocità degl' inferiori strati. Posto un tal corpo sulla superficie del fiume, in brevissimo tempo esso pren-

derà tutta la velocità dell'acqua corrente. Quindi se dopo alcuni minuti della sua immerfione fi misura con esattezza lo spazio descritto del galleggiante in un secondo, fi ha la velocità assoluta dell'acqua del fiume nella sua superficie, essendo quella senfibilmente uguale alla velocità del galleggiante. Ciocchè ec.

325. *Scolio*. L'esperienza dev'esser fatta in un tempo di aria quieta, e tranquilla, affinchè il vento non acceleri, nè ritardi la velocità, nè muti la direzione del galleggiante. Deve di più esser fatta in un tratto del fiume, il quale oltre esser lungo, e dritto, abbia la ripa regolare, su della quale fi ha da misurare lo spazio percorso dal galleggiante. Finalmente in vece di un secondo fi deve prendere un minuto primo misurato da un esatto orologio, essendo la velocità di un fiume per gl'impedimenti, che incontra nel suo moto, troppo picciola, principalmente nei luoghi molto distanti dalla sorgente, nella sua superficie. Il Sig. D. Paolo Frisi, avendo fatta nel modo suddetto per ben tre volte la sperienza con pezzetti di carta bianca un poco sotto l'imboccatura del piccol Naviglio di Milano, ha ritrovato con pochissimo divario, esser la velocità superficiale in tempo di acqua bassa di 175 braccia Milanesi per ogni minuto primo.

PRO-

PROBLEMA III.

Data, oppure ritrovata mediante la livellazione l' altezza dell' origine di un fiume al di su della superficie di questo in un dato luogo, ritrovare la quantità della velocità perduta per le resistenze incontrate fino al suddetto luogo.

326. Si supponga, che il fiume, che sorte dall' emissario CD del lago inesausto ASDB arrivi fino ad un dato luogo senza incontrare veruna resistenza non solamente dalla parte del fondo, e delle sponde, ma eziandio dalla parte dei fiumi tributarj, e degli altri ostacoli, cosicchè colà vi giunga con tutta quella velocità, che proviene dalla accelerazione del suo moto, e sia la elevazione del piano dell'origine al di su della superficie dell' acqua del fiume in quel luogo di due miglia, ossia, dando a ciascun passo geometrico 5 piedi parigini, e 1000 passi ad un miglio, di 10000 piedi $=$ 120000 pollici parigini. Si troverà la velocità assoluta dell'acqua nella superficie in quel luogo $= \sqrt{(a \cdot 2g)}$ (39.) $= \sqrt{(120000 \cdot 724)} = 9321$ pollici parig. in un secondo $= 559\frac{11}{10}$ miglia in un' ora. Questa velocità è sì spropositata, che non si potrebbe vederla senza orrore. Qual sarebbe adunque la velocità di tanti altri fiumi verso la loro foce,

che hanno più di tre miglia di pendenza, se non venisse nel viaggio ritardata dalle resistenze.

Si cerchi ora la velocità assoluta dell'acqua del suddetto fiume nella superficie in quel dato luogo col mezzo di un galleggiante. I fiumi reali hanno alla superficie una velocità minore di 3 miglia per ora, se questa si prende nei luoghi distanti dal mare, in vicinanza del quale essa è notabilmente minore. Ora questa velocità è minore di quella, che conviene all'altezza di 4 pollici, essendo $v = \sqrt{(4 . 724)} = 54$ pollici in circa in un secondo, $= 3\frac{1}{7}$ miglia in un'ora. Si vede adunque, quanta velocità perdano i fiumi per le grandi resistenze, che si oppongono al loro moto. La velocità, che acquistano, discendendo dall'altezza di uno, di due, di tre, e di più anche miglia, si scema dagli ostacoli in modo, che diventa minore di quella, che avrebbero essi, cadendo liberamente dall'altezza di soli 4 pollici, ossia di un terzo di un piede. Ciocchè ec.

327. *Scolio*. Nel resto il beneficio delle resistenze fa, che i fiumi sieno navigabili; il che è di sommo vantaggio all'umana società. Tolte le resistenze tutti i fiumi navigabili sarebbero torrenti sì impetuosi, che sarebbe impossibile il tirare le navi contro il loro corso. L'esperienza dimostra, che un fiume è appena navigabile, se il suo letto ad ogni 500 passi s'abbassa di un passo, per la troppa velocità, che acquista nella discesa. I fiumi più rapidi della Terra sono il

Malmiſtra nella Cilicia, l' Yrto nella Siberia, l' Indo, il Tigri ec.

PROBLEMA IV.

Ritrovare la quantità dell' acqua, che paſſa in un dato tempo per una sezione di un fiume, non ostante gl' impedimenti, che questo incontra nel suo moto.

328. SI scelga un tratto del fiume aſſai lungo, in cui la larghezza ſia dappertutto senſibilmente la ſteſſa, e le reſiſtenze non molto grandi. Poichè l' acqua scendendo per queſto tratto ſi accelera, dovrà la velocità dell' acqua alla superficie accoſtarſi sempre più a quella dell' acqua appreſſo il fondo, coſicchè in fine di quel tratto ſi potrà conſiderare la velocità dell' acqua alla superficie senſibilmente uguale a quella dell' acqua appreſſo il fondo (323.). Si prenda adunque ivi l'altezza, e la larghezza della sezione, avendo l'avvertenza di prendere soltanto l' altezza, e la larghezza viva dell' acqua senza comprendere le acque ſtagnanti appreſſo le sponde, e il fondo del fiume. Poscia ſi cerchi col mezzo di un galleggiante la velocità aſſoluta dell'acqua alla superficie (324.). Egli è chiaro, che, potendoſi senſibilmente conſiderare la velocità ritrovata, come la ſteſſa in tutta l' altezza, e larghezza viva della sezione, ſi avrà la quantità dell' acqua, che vi paſſa in

un secondo, moltiplicando la suddetta velocità nell' area della sezione. Però se si chiamerà s l'area della sezione, v la velocità superficiale assoluta dell' acqua in un secondo, t finalmente il numero dei secondi, che si contengono nel dato tempo, Q la quantità dell'acqua, che passa per la sezione nel dato tempo, si avrà $Q = s\,t\,v$ piedi cubici, se le quantità s, v saranno espresse in piedi. Ciocchè ec.

329. *Scolio* I. Quando la profondità del fiume è di pochi piedi, e le disuguaglianze del fondo sono notabili, la quantità dell'acqua ritrovata secondo il metodo di sopra è maggiore del giusto, facendosi in quel caso sentire le resistenze quasi fino alla superficie, dove la velocità è massima. Come dunque si avrà in questo caso da procedere? Poichè le resistenze, che si oppongono al moto dell' acqua corrente, non possono essere sottoposte ad un calcolo esatto, dobbiamo esser contenti di un appresso a poco, scemando la velocità superficiale assoluta dell'acqua a misura delle resistenze opposte, e considerandola poscia come se fosse la stessa in tutte le particelle dell' acqua fluente.

330. *Scolio* II. In questo modo ha operato il celebre Sig. Mariotte nel calcolo della portata della Senna al ponte rosso di Parigi, dove la velocità si scema dalla superficie andando verso il fondo per le due suddette ragioni, siccome ha rilevato il Sig. Pitot negli Atti dell' Accademia delle Scienze di Parigi all' anno 1732. Egli

avendo trovata la velocità della Senna alla superficie nello ſtato nè di piena, nè di magrezza, cioè nello ſtato di mezzo di 150 piedi per ogni minuto, nel far il calcolo ha preso soltanto 100 piedi per ogni minuto, cioè due terzi della velocità ritrovata, affine di dar compenso alle reſiſtenze.

CAPO III.

Della misura delle acque correnti nell' ipoteſi, che il loro moto venga anche prodotto dalla preſſione delle parti superiori.

331. SE i fiumi non incontraſſero verun' oſtacolo, la velocità, ch' eſſi avrebbero, non ſi dovrebbe, che alla loro discesa. Ma gli oſtacoli, che ſi oppongono al loro corso, sono tanti, e sì grandi (312.), che scemano notabilmente, e molte volte eſtinguono eziandio intieramente la velocità acquiſtata nella discesa. Ond' è, che molti eccellenti Idraulici dopo il gran Guglielmini han creduto, e credono anche oggidì, che oltre la caduta per gli alvei inclinati s'abbia da conſiderare un'altra causa produttrice della velocità delle acque correnti. Ma qual' è queſta? La preſſione dell' acqua superiore sull' inferiore.

332. Pare, che l'esperienza c' insegni, che la preſſione delle parti superiori concorre molte

volte ad accrescere la velocità nelle parti inferiori. Si prenda in un canale di fondo, e di sponde stabili una sezione delle più anguste, affinchè non si possa sospettare, che tutta la larghezza non sia viva, e si ristringa di vantaggio, riducendo la sua larghezza verbigrazia alla metà. Si osserva, che l'acqua, che ha da passare per quella metà, non si fa alta del doppio di quel, ch'era avanti l'apposizione dell'impedimento; ma per lo più si alza d'assai poco, e tanto meno, quanto più lento si è il moto del canale. Ma donde ciò? Se non perchè mediante l'alzamento dell'acqua si è accresciuta nelle parti inferiori la velocità per la pressione delle superiori, principalmente essendosi all'incontro scemata la velocità dell'acqua alla superficie per essersi coll'alzamento diminuita la di lei discesa, deve all'incontro esser piuttosto scemata, che accresciuta per essersi coll'alzamento sminuita la loro discesa. Quasi lo stesso si osserva nell'acqua di un fiume, mentre essa passa fra le angustie dei piloni di un ponte. Essa non arriva mai nelle sezioni ristrette a tale elevazione, che compensi la diminuzione della larghezza.

333. Potrei, se qui volessi, addurre altri riscontri di tale verità. Ma si avranno in seguito argomenti non equivoci dell'accelerazione del moto delle parti inferiori dell'acqua prodotta dalla pressione delle parti superiori. Ora si deve spiegare, come questa ne acceleri il moto, e quando, e quanta sia la velocità prodotta.

TEOREMA I.

Si supponga, che il fiume, che sorte dall'emissario CD del lago (fig. 2.) inesausto ASDB, abbia il suo fondo inclinato. Dico

I. *Che l'acqua superiore, mentre scorre per l'alveo declive DNMC del fiume, deve premere l'inferiore.*

II. *Che la pressione, che una data particella sostiene dall'acqua superiore, stà al peso di questa, come il seno dell'angolo della declinazione del fondo dalla verticale al seno tutto.*

334. L'Acqua superiore deve premere all'ingiù l'inferiore col suo peso, anche quando il fondo dell'alveo, per il quale si move il fiume, è inclinato all'orizzonte, siccome fanno i gravi, che discendono per li piani inclinati. Ma quanto? Sia data la particella E. Egli è chiaro, che, essendo la colonna verticale EP obbliqua alla particella E dell'acqua, non la può premere con tutto il suo peso. Si alzi dal punto E la perpendicolare EF fino alla superficie dell'acqua: sarà il peso della colonna EP discomposto nei due PF, EF, il primo dei quali parallelo al fondo s'impiega soltanto nell'accelerare la discesa della particella E lungo il fondo, l'altro nel premerla all'ingiù. Però deve stare il peso dell' acqua superiore alla pressione, ch'esso fa su di

questa = EP: EF. Si tiri ora dal punto E del fondo l'orizzontale EZ fino al suo concorso colla verticale DV: saranno i due triangoli EFP, EZD simili. Quindi è, che, stando EP : EF = ED : EZ, deve anche stare il peso dell' acqua superiore alla particella E alla pressione, ch' esso fa su di questa = ED : EZ, ossia, poichè, presa nel triangolo rettangolo EZD la retta DE per seno tutto, diventa l' altra retta EZ seno dell' angolo ZDE, che misura la declinazione del fondo DN dalla verticale DV, ossia, torno a dire, come il seno tutto al seno dell' angolo della declinazione del fondo dalla verticale. La stessa dimostrazione vale, in qualunque luogo si trovi la particella presa, potendosi sempre considerare gli strati inferiori dell' acqua, mentre questa si move per un alveo declive, come tanti fondi sensibilmente piani, e della stessa inclinazione dell' alveo. Ciocchè ec.

335. *Coroll.* Poichè, crescendo l' angolo ZDE della declinazione del fondo DN dalla verticale DV, si scema l' angolo EDI della declinazione dello stesso fondo dal piano orizzontale DI, ossia si scema il pendío del fondo, se il suddetto angolo ZDE si potrà considerare sensibilmente come retto, si potrà anche senza error sensibile considerare la pressione, che dall' acqua superiore riceve la particella E, eguale al peso della colonna verticale EP, diventando in questo caso il seno ZE sensibilmente uguale al seno tutto

ED. Però nei fondi degli alvei, che hanno quasi nissuna pendenza, la pressione, che sostiene all'ingiù la particella E dell'acqua superiore, è sensibilmente uguale al peso della colonna verticale EP.

TEOREMA II.

Si supponga, che il fiume, che sorte dall'emissario CD *del lago inesausto* ASDB, *abbia il suo fondo inclinato. Dico*

I. *Che la pressione, che dall'acqua superiore sostiene l'inferiore, deve accelerare il moto, che questa ha acquistato nella sua discesa per il fondo inclinato, purchè questo moto sia minore di quello, che nascerebbe dalla sola pressione.*

II. *Che la velocità, che la pressione dell'acqua superiore aggiunge in questo caso al moto dell'inferiore, è uguale all'eccesso della velocità, che proverrebbe dalla stessa pressione, se agisse questa solamente, sopra la velocità dell'acqua inferiore.*

III. *Che, quando la pressione dell'acqua superiore accelera il moto dell'inferiore, questa allora deve moversi con quella stessa velocità, che avrebbe, se agisse soltanto la suddeta pressione.*

336. Si supponga, che l'acqua, che cuopre la parte E infinitesima del fondo inclinato DN,

sia stagnante. Egli è chiaro, che, venendo essa dall' acqua superiore premuta all' ingiù con forza eguale al peso della colonna EF (334.), deve in vigore della sua fluidità esercitare una pressione eguale al peso della colonna EF d'acqua secondo la direzione EN del fondo. Si ponga ora, che quest' acqua non trovi veruna resistenza alla sua pressione dalla parte EN del fondo inclinato: essa dovrà secondo questa stessa direzione in vigore della pressione, che riceve dall' acqua superiore incominciare il suo moto con una velocità affatto eguale a quella, che acquisterebbe un grave, cadendo liberamente dall' altezza EF, essendo a questa eguale la velocità, che può produrre la pressione della colonna EF d' acqua (26.).

Si supponga finalmente la stess' acqua E in moto. Venendo anche in quest'altro caso premuta all' ingiù dall' acqua superiore con forza eguale al peso della colonna d' acqua EF, se non troverà veruna resistenza alla pressione, ch' essa fa in vigore della sua fluidità secondo la direzione EN del fondo inclinato, dovrà non solamente in virtù della velocità, ch' essa ha, ma eziandio in virtù della velocità, che le dà la pressione del fluido superiore, moversi lungo il fondo EN inclinato. Ma l' acqua in E non può ritrovare veruna resistenza alla sua pressione dalla parte EN del fondo inclinato, movendosi l' acqua, che le stà avanti con eguale sensibile velocità.

Adunque la pressione dell' acqua superiore

deve accelerare il moto dell'inferiore in E, purchè il moto di quest'acqua acquistato nella discesa per il fondo inclinato sia minore di quello che nascerebbe dalla sola pressione. Imperocchè se fosse o eguale, o maggiore, non potrebbe allora essere accelerato, siccome non sarebbe accelerato dal peso dell'acqua superiore il moto della falda $qMNp$ (fig. 2. Tom. II.), se questo fosse o eguale, o maggiore di quello di un grave disceso liberamente dall'altezza RM, sottraendosi in quel caso dall'azione del peso del fluido superiore l'inferiore; dal che si ricava anche la dimostrazione delle altre parti. Quando il fondo del fiume non ha sensibile pendenza, poichè in questo caso la colonna EF coincide sensibilmente colla verticale EP, allora la velocità, che dalla pressione del fluido superiore acquista l'acqua in E, è uguale a quella, che acquisterebbe un grave, cadendo liberamente dall'altezza PE della colonna d'acqua soprincombente. Ciocchè ec.

337. *Scolio*. Due sono adunque le cause produttrici della velocità dell'acqua corrente, la caduta cioè per l'alveo inclinato, e la pressione dell'acqua superiore. Ambedue questi principj non operano unitamente, ma solo in ragione di prevalenza, di modo che se più vale la caduta, che la pressione, a quella solamente deesi la velocità, e viceversa. Hanno essi di più, siccome osserva il Sig. Ab. Frisi nel c. V. l. V. della stess'Opera, luogo non solamente in diversi fiumi,

ma ancora in diversi tronchi del fiume medesimo. „ Nei tronchi superiori, *dic' egli*, dove le materie sono assai grosse, minore il corpo d'acqua, e grandissimo il pendío, l'accelerazione delle acque dipende interamente della caduta. Nei tronchi inferiori, dove si diminuiscono di mole le materie, dove non è più sensibile la pendenza del fondo, e dove per lo contrario il corpo d'acqua è accresciuto o per le sorgive continuatamente sparse al lungo dell'alveo, o per la confluenza di altri fiumi, tutta la velocità dipende dalla pressione. Nei tronchi intermedj la velocità dipende o da una cagione, o dall'altra, secondochè è maggiore l'altezza o della caduta libera, o del corpo d'acqua, che preme ".

338. *Coroll.* I. Poichè la pressione dell'acqua superiore non produce la velocità, se non nei tratti di quasi nissuna declività (337.), si può supporre, che la velocità, che dalla pressione della superiore acquista l'acqua in E, sia eguale a quella, che acquisterebbe un grave cadendo liberamente dall'altezza della colonna verticale PE.

339. *Coroll.* II. Ne' fiumi quasi niente declivi quanto maggiore si è l'altezza viva dell' acqua, altrettanto maggiore dev' esser la velocità del corso, purchè gl'impedimenti, ch'essi soffrono, sieno gli stessi, essendo la loro velocità effetto della sola pressione dell'acqua superiore.

340. *Coroll.* III. I fiumi poco declivi, che portano egual quantità di acqua, quanto più sono

ristretti, tanto più debbono essere veloci, e quanto più larghi, tanto men veloci. Quindi è, che nelle sezioni più strette dello stesso fiume si osserva maggior velocità di corso.

341. *Coroll.* IV. La velocità, che ha l'acqua di un fiume nella sua superficie, s'è notabile, si deve alla discesa, non potendo questa provenire dalla pressione delle parti superiori. Quand' è di poca considerazione, essa potrebbe provenire dalla mutua aderenza delle particelle superiori dell'acqua colle inferiori, non potendo queste moversi senza seco strascinare quelle; siccome appunto succede ne'canali orizzontali, dove l'acqua della superficie non si move, se non perchè è strascinata al moto dall'inferiore. Quindi s'intende, che nella stessa sezione può aver luogo sì il principio della caduta, come anche quello della pressione, cosicchè la parte inferiore, giusto perchè è sottoposta a maggiori impedimenti, riconosca la sua velocità dalla pressione delle parti superiori, l'altra superiore dal pendío.

PROBLEMA I.

Ritrovare meccanicamente, se l'acqua inferiore di un fiume si move più velocemente, che la superiore.

342. SI prendano due palle eguali di cera A, B, e si attacchi l'una all'altra col mezzo di un filo più, o men lungo, secondochè maggiore, o

minore ſi è la profondità della parti del fiume da esaminarſi. Si renda poscia la palla B un poco specificamente più grave dell'acqua, mescolandovi dentro delle scheggie di pietra, o di mattone in modo, che, poſte ambedue le palle dentro dell' acqua, la palla B come più pesante tendendo il filo, cui ſtà attaccata inferiormente, tenga la palla A più leggiera a fior d'acqua. Si lascino finalmente le due palle così sommerse in balìa della corrente, e ſi oſſervino attentamente i loro andamenti. Se la palla inferiore B reſta addietro della superiore A, sarà segno della minor velocità delle parti inferiori dell'acqua: se la precede, sarà segno della loro maggiore velocità. Ciocchè ec.

343. *Scolio*. Il Sig. Mariotte avendo fatta più volte la sperienza, ſiccome riferisce nel suo *Trattato del moto dell' acqua*, in canali di tre soli piedi di acqua, ha sempre oſſervato, che la palla inferiore reſtava addietro, principalmente, quand' eſſa paſſava aſſai preſſo il fondo, ove foſſero delle erbe, o ſterpi. Da queſti, o da altri ſimili sperimenti ſi deve raccogliere, che, quando la profondità dell' acqua corrente è di pochi piedi, e il fondo pieno di disuguaglianze, le reſiſtenze ſi fanno sentire quaſi ſino alla superficie, ſiccome abbiam già accennato. „ Ma io non vorrei poi, che dai caſi particolari delle sperienze accennate ſi ricavaſſe la conseguenza, che ordinariamente ne' noſtri fiumi la velocità

non cresca gradatamente andando dalla superficie al fondo. Tutte le sperienze fatte nel Pò colla fiasca Idrometrica de' Bolognesi vi davano questo graduato accrescimento: e tra tutte quelle, che Zendrini vi ha fatto col quadrante a pendolo, due sole portavano qualche eccezione. La prima era fatta nel Pò d'Ariano alla Mesola nella profondità di piedi $6\frac{1}{3}$: e la seconda vicino alla chiavica di Raccano nella profondità di piedi $4\frac{1}{2}$. Nella prima sperienza la deviazione del pendolo cresceva gradatamente dalla superficie fino a tre piedi di profondità, e poi scemava nel piede susseguente, e tornava di nuovo a crescere fino al fondo: e però l'esperienza non potevasi combinare colle altre, se non immaginando nell'acqua qualche movimento irregolare, che cagionasse l'irregolarità del fenomeno. L'altra sperienza dava un regolare accrescimento della deviazione del filo fino alla distanza di circa un mezzo piede dal fondo: e però si poteva combinare colle altre, supponendo, che quel mezzo piede fosse posto tra qualche ridosso, o avesse qualche altro impedimento ". Sono parole del Sig. Abate D. Paoli Frisi nel c. III. del l. V. dell'Opera spesse volte già lodata. A questi sperimenti aggiunge lo stesso Autore quei, che più recentemente furono fatti col quadrante a pendolo dai Signori Lecchi, Lorgna, e Michelotti con egual successo, essendosi sempre osservato un regolare accrescimento

della velocità dalla superficie procedendo verso il fondo, in vicinanza del quale soltanto si è trovato del divario. Il Sig. Michelotti ha fatto anche delle altre sperienze col tubo del Sig. Pitot. Ma queste secondo il soprallodato Autore *non danno che dei piccoli divari di velocità tanto irregolari da far piuttosto sospettare dell'esattezza dello stromento nelle poco diverse profondità dove veniva sommerso*. Ma qui si vegga ciocchè abbiam detto già della fiasca idrometrica del Sig. Nadi, e del tubo ricurvo del Sig. Pitot, e molto più ciò, che saremo per dire del quadrante a pendolo nel libro V. c. II.

TEOREMA III.

All'acqua del fiume ABEC, *che scorre* (fig. 4.) *lungo il fondo inclinato* CE, *si opponga un ostacolo* Ee. *Dico, che le altezze di tutte le sezioni poste nel tratto impedito dell'ostacolo* Ee *debbon crescere, finchè vi passi per esse la stessa quantità d'acqua, che vi passava avanti l'apposizione dell'ostacolo.*

344. DAlla cima e dall'ostacolo E*e* si tiri l'orizzontale *e*D, che incontri il fondo inclinato CE del fiume nel punto D. Egli è chiaro, che, quantunque la resistenza prodotta dall'ostacolo si soffra soltanto dall'acqua posta nel triangolo DE*e*, il

il ritardamento però del moto, che questa patisce, deve portare della remora anche al corso dell' acqua superiore, principalmente se si considera la mutua aderenza di questa coll' inferiore. Ond' è, che tutte le sezioni, che si ritrovano nel tratto DFBE del fiume, restano impedite dall' ostacolo Ee più, o meno, secondochè più, o meno si accostano a questo, mentre le altre sezioni del tronco superiore CAFD sono libere affatto, come se non vi fosse l' ostacolo.

Si prenda ora la sezione impedita FD. Sarà la quantità dell' acqua, che vi passerà, atteso il rallentamento del suo moto prodotto dalla resistenza dell'ostacolo opposto Ee, minore di quella, che vi passava avanti, mentr' era libera. Quindi, portando il tronco superiore CAFD del fiume, siccome libero dall' ostacolo Ee, la stessa quantità d' acqua alla sezione impedita FD, deve l' altezza di questa necessariamente crescere, sollevandosi l' acqua in F. Parimente poichè la sezione FD è meno impedita, che la sezione, che le viene appresso, non può per questa passare tutta la quantità dell' acqua, che passa per quella. Deve perciò crescere anche l' altezza di questa seconda sezione; e molto più, che l' altezza della prima, essendo la seconda sezione molto più impedita. Per la stessa ragione anche le altezze delle altre sezioni debbono crescere sempre più, a misura che esse si accostano all' ostacolo Ee, acquistando in questo modo la superficie del

tratto impedito FDEB la posizione *b*F menó declive di BF.

Si supponga adesso, che le altezze delle sezioni impedite cessino di crescere. Essendo in questo caso il fiume nello stato di permanenza (305.), deve passare sì per la sezione libera AC, come anche per l'impedita NM la stessa quantità d'acqua (317.). Ora la quantità d'acqua, che passa per la sezione AC, è uguale a quella, che passava per la sezione *m*M avanti l'apposizione dell'ostacolo E*e*, supponendosi anche allora il fiume nello stato di permanenza. Adunque la quantità d'acqua, che passa per la sezione impedita NM, è uguale a quella, che passava per la sezione *m*M avanti l'apposizione dell'ostacolo. Onde si vede, che, poichè la larghezza di queste due sezioni NM, *m*M è la stessa, l'acqua si solleva nella sezione impedita, finchè per l'altezza maggiore NM passi la stessa quantità d'acqua, che passava per la minore altezza *m*M avanti la posizione dell'ostacolo E*e*. Ciocchè ec.

345. *Scolio*. Il rigonfiamento, che produce nell'acqua di un fiume la resistenza di un ostacolo, si chiama *ringorgo*, ed ha sempre luogo, qualunque siasi l'ostacolo. Qui però giova avvertire, che l'acqua, tostochè è giunta alla sommità dell'ostacolo E*e*, precipita liberamente, acquistando in questa sua caduta una nuova velocità. Onde, poichè nel discendere mediante la

sua naturale adesione tira seco le altre particelle non ancora giunte alla sezione eb, ne accelera il loro moto, e così rende in tutto quel tratto, in cui si estende quest' accelerazione, la suprema superficie più declive del giusto. Ma di ciò si parlerà di nuovo (601.).

346. *Coroll.* I. Si chiami s la sezione libera Mm, S l' impedita MN, v la velocità media dell' acqua fluente dalla prima, V quella dell' acqua fluente dalla seconda. Poichè per la sezione s passa la stessa quantità d' acqua, che per la sezione S, deve stare $V : v = s : S$ (319.) $= Mm : MN$, essendo le sezioni s, S per l' eguaglianza delle larghezze in ragione delle loro altezze Mm, MN. Quindi, se sarà nota l' altezza Mm della sezione libera s avanti l' apposizione dell' ostacolo, la velocità media v dell' acqua fluente da questa sezione, la velocità finalmente media dell' acqua, la quale risulta da tutte le velocità residue dopo l' apposizione dell' ostacolo, si troverà anche l' altezza MN, a cui dovrà sollevarsi l' acqua nella sezione impedita, purchè le parti inferiori non riacquistino dalla pressione delle superiori nell' atto dell' alzamento veruna parte della velocità perduta, siccome appunto succede, quando la lor velocità, benchè scemata dalla resistenza dell' ostacolo, è ancora maggiore di quella, che può esser prodotta dalla pressione delle superiori.

347. *Coroll.* II. Se le parti inferiori nell'

innalzamento dell'acqua acquiſtaſſero parte della velocità perduta in virtù della preſſione delle superiori, ben ſi vede, che, affinchè poſſa per la sezione impedita paſſare quella quantità d'acqua, che paſſava per la libera, non è neceſſaria tutta l'altezza MN. In queſto caso tra i punti m, N deve darſi un punto n di mezzo, oltre il quale la sezione impedita non può più elevarſi.

348. *Coroll.* III. L'acqua nel suo innalzamento non può mai mediante la preſſione della superiore ricuperare interamente la velocità perduta. Imperocchè ſtando la velocità media dell'acqua, che paſſa per la sezione impedita Mn, alla velocità media dell'acqua, che paſſa per la sezione libera Mm = Mm : Mn, deve la velocità media dell'acqua nella sezione impedita eſſer minore della velocità media dell'acqua nella libera.

349. *Scolio*. La forza morta di un oſtacolo sebbene non cagiona per lo più una controcorrente senſibile, ſiccome fa la forza viva (302.), produce speſſe volte dei vortici, delle acque cioè, che s'aggirano, coſicchè quando i battelli v'incappano, richiedeſi molta forza per farli sortire. Cotai vortici ſi oſſervano nei fiumi rapidi principalmente al paſſaggio dei ponti, dove la loro velocità ſi fa maggiore per il riſtringimento del letto prodotto dagli archi. La velocità dell'acqua eſſendo conſiderabiliſſima nell'uscire dall'arco di un ponte, la corrente spinge lateralmente

contro le rive l'acqua, che le ſtà ai lati. Quindi per il movimento oppoſto del riflusſo ſi forma nell'acqua un moto di aggiramento alcune volte rapidiſſimo. In queſto caso i vortici hanno la forma di una cavità cilindrica, il mezzo della quale pare voto, e intorno alla quale l'acqua s'aggira rapidamente. Il voto vien cagionato dalla forza centrifuga, che allontana l'acqua dal centro del vortice.

PROBLEMA II.

Data in un fiume d'inſenſibile pendenza una sezione, ritrovare la quantità dell'acqua, che vi paſſa in un dato tempo nell'ipoteſi, che l'acqua nel suo paſſaggio non incontri veruna reſiſtenza.

350. Poichè la pendenza del fiume è inſenſibile, oſſia poichè il fiume è ſenſibilmente orizzontale, ſiccome ſi suppone, deve la data sezione eſſer ſenſibilmente verticale. Adunque attorno dell'altezza Od di queſta sezione (fig. 4. tom. II.) come attorno di un'aſſe ſi descriva col parametro $OL = 2g$ (39.) la parabola OnZ. Egli è chiaro, che queſta sarà la scala delle velocità assolute dell'acqua, che paſſa per la suddett'altezza Od (40.). Imperocchè movendoſi l'acqua in queſto caso in vigore della preſſione delle sue parti su-

D 3

periori, dev'esser la sua velocità assoluta in un secondo per il punto $N = \sqrt{(NO \cdot 2g)}$, per il punto $M = \sqrt{(MO \cdot 2g)}$, per il punto $R = \sqrt{(RO \cdot 2g)}$, e così di seguito. Però, essendo per la natura della parabola OnZ l'ordinata $Nn = \sqrt{(NO \cdot 2g)}$, $Mm = \sqrt{(MO \cdot 2g)}$, $Rr = \sqrt{(RO \cdot 2g)}$, e così di seguito, deve anch' esser la velocità assoluta dell'acqua, ossia lo spazio, che in un secondo descrive uniformemente l'acqua in N, $= Nn$, in $M = Mm$, in $R = Rr$ ec. Però anche la quantità dell'acqua, che in un secondo passa per l'altezza Od della sezione data, dev'esser'eguale all'area della parabola OnZ, ossia $= \frac{2}{3} dO \cdot dZ$, essendo la quantità dell'acqua, che in un secondo passa per il punto N di Od, $= Nn$, per il punto M, $= Mm$, per il punto R, $= Rr$ ec. Ora si chiami A l'altezza Od della sezione data, b la larghezza della stessa, t il numero finalmente dei secondi, che si contengono nel tempo dato: si troverà la quantità dell'acqua, che nel dato tempo passa per la data sezione, $= \frac{2}{3} Abt\sqrt{(A \cdot 2g)}$, essendo $dZ = \sqrt{(A \cdot 2g)}$, e l'area della sezione data $= Ab$. Ciocchè ec.

351. *Coroll.* In questa stessa ipotesi, se si opererà, siccome abbiamo insegnato, parlando della misura dell'acqua fluente per li fori non molto piccoli scolpiti nei lati dei vasi (170., 166.), si troverà la velocità media dell'acqua fluente per la data altezza della sezione $= \frac{2}{3}$

$\sqrt{(A.2g)}$, e il punto, per il quale passa l'acqua con velocità media $= \frac{4}{9}$ A, preso il principio dell'altezza dalla superficie del fiume.

352. *Scolio*. Quando la sezione è impedita dalle resistenze, mi pare, che per ritrovare la quantità dell'acqua fluente nei tratti dei fiumi non molto distanti dal mare, dove i loro fondi han quasi nissuna pendenza, e dove le loro acque hanno alla superficie poca velocità, si possa, giacchè si sa, che in questi luoghi la velocità dell'acqua si deve intieramente alla pressione delle parti superiori, si possa, dico, fare uso del metodo di sopra, purchè si abbiano le seguenti avvertenze. La 1.ª si è di non prender la sezione in luoghi assai vicini al mare, affinchè dal moto di questo non venga turbata la velocità dell'acqua fluente. L'altra si è di non comprendere nella sezione le acque quasi stagnanti alle sponde. L'ultima finalmente, per iscansare, quanto più si può, la resistenza del fondo, di tirare la base della sezione orizzontalmente alquanto all'insù di tutte le di lui disuguaglianze. Non ostante però tutte queste avvertenze, forse la quantità dell'acqua in tal guisa calcolata si troverà assai maggiore del giusto. Imperocchè le resistenze del fondo, e delle sponde, mediante l'adesione, che regna fra le particelle dell'acqua, esercitano le loro forze retardatrici a distanze notabili; e l'acqua stessa, che stà davanti la sezione, è molte volte d'impedimento al libero passaggio dell'

altra, o per l'irregolarità dei suoi moti, o per lo scemamento notabile della sua velocità occasionato da un ostacolo.

PROBLEMA III.

Sopra di un fiume d'insensibile pendenza si ha da costruire un ponte di più archi di una data larghezza. Si dimanda la profondità, che avrà l'acqua fluente sotto gli archi dopo la costruzione del ponte?

353. Si cerchi l'altezza, e la larghezza del fiume avanti la costruzione del ponte. Sarà, chiamata A l'altezza, B la larghezza del fiume, Q la quantità dell'acqua fluente, t finalmente il tempo, in cui dura lo scolo dell'acqua, sarà, dico, $Q = \frac{2}{3} ABt\sqrt{(A \cdot 2g)}$, essendo la pendenza del fiume, siccome si suppone, insensibile. Si ponga x la profondità dell'acqua dopo la costruzione del ponte, atteso il ristringimento dell'alveo quindi prodotto. Si avrà, chiamato b la somma delle larghezze degli archi, q la quantità dell'acqua fluente nello stesso tempo t sotto gli archi del ponte, si avrà, dico, $q = \frac{2}{3} xbt\sqrt{(x \cdot 2g)}$. Ma, poichè sotto gli archi del ponte passa nello stesso tempo la stessa quantità d'acqua, che vi passava avanti la costruzione, deve $Q = q$, ossia $\frac{2}{3} ABt\sqrt{(A \cdot 2g)} = \frac{2}{3} xbt\sqrt{(x \cdot 2g)}$,

ossia finalmente $B\sqrt{A^3} = b\sqrt{x^3}$. Però $x^3 = \frac{B^2}{b^2} . A^3$, ossia $x = A . \frac{\sqrt[3]{B^2}}{\sqrt[3]{b^2}}$. Si trova adunque la profondità, che avrà l' acqua fluente dopo la costruzione del ponte, dividendo il prodotto della profondità della stess' acqua avanti la costruzione nel quoto, che risulta dalla divisione della radice cubica del quadrato della larghezza del fiume per la radice cubica del quadrato della somma delle larghezze degli archi. Ciocchè ec.

C A P O IV.

Delle piene, e della misura dell' acqua, che portano i fiumi in tempo di quelle.

354. LA quantità dell' acqua, che portano i fiumi, non è sempre la stessa, siccome ciascun sa; ma ora maggiore, ora minore, se si eccettuino alcuni canali, in cui l' introduzione dell' acqua viene regolata con macchine, o diversivi. Le cause principali delle loro piene, ossia escrescenze sono le pioggie, e le nevi disciolte. Dissi *le principali*, contribuendo all' escrescenza dei fiumi anche gl' impedimenti inferiori, che scemano la velocità del corso, come l'elevazione della superficie del recipiente, la direzione del moto di questo opposta a quella del filone dell' in-

fluente, il vento contrario ec. Le maggiori escrescenze succedono per lo più in certi tempi determinati dell' anno, gonfiandosi alcuni fiumi di primavera, e di autunno, altri soltanto di estate. Nè ciò è strano, agendo le cause produttrici delle piene più in un tempo, che in un altro.

355. Nei nostri paesi i fiumi, che s'ingrossano per le pioggie, hanno le massime escrescenze nell'autunno, essendo allora le pioggie più frequenti, e durevoli, tratti però i piccoli torrenti, che si veggono più gonfi nell' estate a cagione dei temporali, in cui le pioggie, che cadono, sono più impetuose, e copiose, sebbene poco durevoli. I fiumi poi, che s'ingrossano per lo disfacimento della neve, hanno le piene più, o meno presto, secondochè quello si fa o per via degli scirocchi, o per via dei raggi del sole. Quando allo scioglimento della neve basta il calore dello scirocco, succedono i loro ingrossamenti anche in tempo d'inverno, siccome si osserva nel Tevere; ma per lo più nei mesi di Marzo, e d' Aprile. Ma se si richiede di più l' azione dei raggi del sole, si prolunga allora lo disfacimento della neve ai mesi di Maggio, e di Giugno, e in questo tempo appunto succedono le loro piene. Per questa ragione l' Adda, il Tesino, e il Pò hanno ordinariamente le maggiori escrescenze in tempo di estate, essendo i rami dei primi influenti sì del Lago Maggiore, e di Como, da dove sortono il Tesino, e l' Adda, come anche del Pò dentro le Alpi.

356. Si osserva, che le piene grandi sono nei fiumi maggiori di lunga, e di corta durata nei minori. In questi essendo gl' influenti sempre meno distanti, e di corso più breve, dopo una pioggia generale, o dopo un subitaneo disfacimento di nevi portan quasi tutti nello stesso tempo al fiume principale le loro piene. In quelli poi incominciano a giungere le piene degli influenti, che sono di corso più breve, poi quelle degli altri, che sono di corso più lungo, e così di seguito gradatamente. Ond' è, che nei fiumi minori, poichè le piene degl' influenti entrano quasi nello stesso tempo, presto anche si scaricano; laddove nei maggiori, entrando esse in diversi tempi, rendono di maggior durata la piena totale. Nei fiumi minori le piene son però più frequenti, che nei maggiori, siccome c'insegnano le osservazioni. Per formare in un fiume minore una piena basta, che nel terreno, che quello bagna, vi cada o una dirotta pioggia, oppure si sciolga subitaneamente la neve. Ma per formare in un fiume maggiore la stessa bisogna, che la medesima causa produttrice agisca nello stesso tempo se non su tutti, almeno sulla maggior parte dei paesi bagnati dai di lui influenti; il che non succede, se non rare volte.

357. Si osserva inoltre, che le piene sono ordinariamente maggiori nelle parti superiori dei fiumi, che nelle inferiori, e prossime alle imboccature degli stessi. Ond'è, che molte volte nei luo-

ghi proſſimi alla foce di un fiume non ſi può ſcorgere, se vi ſia ſtata piena nel di lui tronco superiore. La ragione ſi è, perchè in vicinanza del mare sì per la proſſimità di uno scarico libero, come anche per la maggiore larghezza dell'alveo non può l'acqua molto ingroſſarſi. Per queſta ragione le altezze degli argini anche nei fiumi grandi vanno scemandoſi, a misura ch'eſſi ſi avvicinano al mare, ſiccome ſi oſſerva nel Pò, gli argini del quale hanno in Ferrara l'altezza di quaſi 20 piedi sopra la di lui ordinaria superficie, mentre più all'ingiù alla diſtanza di 10, o 12 miglia dal mare non contano eſſi, che 12 piedi.

358. Se in tempo di piena soffia contro la corrente un vento impetuoso, la piena anche per queſto capo ſi fa maggiore. Il vento contrario non solamente ritarda col suo urto la velocità dell'acqua principalmente alla superficie, ma di più rialza all'imboccatura del fiume il pelo del mare, donde ne nasce il ringorgo negli ultimi tronchi. Per lo contrario la piena deve farſi minore, se il vento spira secondo la ſteſſa direzione della corrente. Tutto ciò ſi conferma pienamente dalle oſſervazioni di M. Granger. „ L'escrescenza del Nilo, *dic' egli*, e la sua inondazione ha per lungo tempo occupati i Saggi. La maggior parte di eſſi hanno riguardata come maravigliosa una delle cose più naturali, che al mondo v'abbiano, e che in tutti i paeſi ſi vede. Le pioggie, che cadono nell' Abiſſinia, e nell' Etiopia, son quelle,

ché formano l' escrescenza, e l' inondazione di quel fiume; ma come cagion primaria se ne vuol risguardare il vento del Nord. I. Perchè scaccia le nuvole, che portan la pioggia dalla parte dell' Abiſſinia: II. Perchè, attraversando il vento le due imboccature del Nilo, ne fa rimontare in dietro le acque, e impedisce, ch' eſſe gettinſi in quantità troppo grande nel mare: ed ogni anno confermaſi queſto avvenimento, quando il vento spirando dal Nord, e tutto in un tratto cambiando al Sud, il Nilo perde in un giorno l'escrescenza fatta in quattro giorni". *Voyag. de Granger*. Paris 1745.

359. Vi son dei fiumi, che hanno le piene ogni anno regolarmente, oſſia che son sottopoſti a piene periodiche. Tale ſi è nell'Egitto il Nilo, l' inondazione del quale comincia verso il dì 17. di Giugno, e cresce ordinariamente per quaranta giorni in circa, e per altrettanti cala. Una volta, secondo Erodoto, cresceva per cento, e per cento calava; il che s' è vero, non può attribuirsene la cagione, che all' elevazione del terreno a poco a poco formata dal limo, che il Nilo depone nelle sue inondazioni, e a cui deve l' Egitto la sua fecondità. Tale ſi è anche il fiume del Pegù, che ſi chiama *il Nilo Indiano*, perchè fa le sue inondazioni ogni anno regolarmente, ſiccome il Nilo nell' Egitto. Eſſo inonda quel paese alla diſtanza più di trenta leghe dalle sue sponde, e depone nelle sue annue inondazioni, come il Nilo, un limo, che talmente feconda la terra,

che i pascoli per le bestie diventano eccellenti, ed il riso vi cresce in sì gran copia, che ogni anno se ne carica un gran numero di vascelli, senza che il paese ne risenta dell'incomodo. Tale si è anche il Negro, ossia la parte superiore del Senegal, che inonda tutta la pianura della Nigrizia. La sua inondazione incomincia quasi nello stesso tempo, che quella del Nilo, cioè verso il dì 15. di Giugno, e cresce pure per quaranta giorni. Tali sono in fine il fiume della Plata, l'Orenoco, il Gange, l'Indo, l'Eufrate, ed altri.

360. Per allontanare le inondazioni, alle quali son soggetti i paesi bagnati dai fiumi in tempo di piena, si alzano da una sponda, e dall' altra con della terra, e della ghiaja gli *argini*. Ma non ostante l' attenzione, che si mette nella loro costruzione, e nel renderli proporzionati agli sforzi dell'acqua corrente, succedono spesse volte con gran danno delle campagne le inondazioni, siccome ci somministrano frequenti esempj i territorj spezialmente di Ferrara, e di Padova. Egli è chiaro, che le inondazioni dei fiumi possono in due maniere succedere, o perchè l'acqua scompone, e rompe gli argini, o perchè la piena è sì grande, che l' acqua, non potendo tra questi esser contenuta, precipita esteriormente dalla loro sommità. Questo secondo caso non succede, se non nel caso di una piena straordinaria. Imperocchè se gli argini sono ben fatti, la loro altezza deve sorpassare quella delle piene ordinarie. Si

rimedia allora all'inondazione, innalzando gli ſteſſi argini, oſſia facendo con della terra un soprassuolo, che ne impedisca lo spandimento dell'acqua, giacchè la velocità di queſta alla superficie del fiume è più piccola.

361. Quando succede queſto caso raro, può allora correre rischio di romperſi l'argine, se l'Architetto nella coſtruzione non ha avuta l'avvertenza di dargli eſteriormente un sufficiente pendío, che chiamaſi *scarpa*. Imperocchè l'acqua, che cade dalla sommità dell'argine a piombo, forma al di lui piede eſteriore dei vortici, e dei gorghi, che poſſono farlo precipitare all'infuori. La scarpa, che ſi dà all'argine anche eſteriormente, non solamente lo rende più conſiſtente, e ſicuro, ma eziandio impedisce, se mai succede il trabocco dell'acqua dal ciglio, che queſta poſſa cadere a piombo, e quindi formare al di lui piede eſteriore dei vortici, e dei gorghi.

362. Fuori di queſto caso raro, quando la terra, dalla quale viene formato l'argine, non ammette dentro di se un libero adito all'acqua, che poſſa fargli perdere la neceſſaria conſiſtenza, non può eſſo romperſi, se non o per l'urto del filone contro di eſſo, oppure per la corroſione, che fa l'acqua corrente al di lui piede interiore, scalzandolo a poco a poco. Di queſti due caſi il più ordinario, e frequente ſi è il secondo. Si rimedia a queſte rotte, deviando col mezzo di un pennello l'azione dell'acqua dalla sponda cor-

rosa. Qual sia la miglior situazione da darsi al pennello, si vedrà altrove (548.). Le rotte provenienti dalla corrosione dell' acqua al piede interiore dell' argine sogliono succedere al calare della piena. La ragione si è, che nel colmo della piena la pressione laterale dell' acqua serve in qualche modo al sostentamento del terreno, mentre sul fine mancando l' argine di contrasto al fianco interiore, e di sostegno al piede, bisogna, che precipiti.

363. Allorchè succede una rotta, si osserva, che la piena si scema repentinamente, abbassandosi sensibilmente in tutto il tronco superiore la superficie del fiume. Onde, quando si praticava per alleggerire il Pò nelle sue maggiori piene il taglio dell' argine destro in poca distanza da Ferrara nel luogo del Bondeno (il qual taglio come inutile, e pericoloso è stato poi dopo tralasciato fin dall' anno 1638.), e si lasciavano traboccare le acque negli alvei vecchi del Primaro, e di Volano; si abbassava allora in poche ore la superficie del Pò grande di un piede in circa. Ma qual' è la ragione di questo fenomeno delle rotte? L' acqua, che passa per l' apertura fatta nell' argine, in vigore della velocità, che acquista nella sua discesa per le campagne più basse, accelera anche il moto dell' altra, che le viene appresso (345.). Perciò, portandosi l'acqua in gran copia ai luoghi inferiori per via dell' apertura dell' argine, ne resta attesa la sua deviazione sensibilmente diminuita la piena.

364. Da questa osservazione han dedotto alcuni Idraulici l'utilità dei diversivi, che non sono in sostanza, che rotte artificiali, per impedire le inondazioni dei fiumi in tempo delle grandi piene. I diversivi, se bene si considerano, sono quasi di nissun vantaggio ai terreni superiori, siccome c'insegna dopo il P. Ab. Castelli il Guglielmini nel Cap. XII. della *Natura de' Fiumi*. Tutto il vantaggio, ch'essi apportano alle campagne, che restano superiori alla rotta, non è, se non di poche ore, e che perciò non dev' esser valutato nelle piene dei fiumi principalmente grandi, le quali durano per lungo tempo sino a trenta, e quaranta giorni, come nel Pò. Imperocchè, riempiuto una volta di acqua il canale di deviazione, allora cessa quasi del tutto la declività della discesa; e quindi ritorna il fiume per la poc' acqua, che quello gli leva, quasi al primiero stato di gonfiezza, siccome facilmente si ricava da ciò, che abbiam detto al num. 184. Per questa ragione principalmente si è tralasciato come inutile il taglio dell' argine destro del Pò, essendosi osservato, che questo fiume poche ore dopo lo sbocco delle sue acque ripigliava sensibilmente la stessa altezza di prima.

365. Si aggiunga ora alla inutilità dei diversivi rapporto ai terreni superiori il rischio grandissimo, in cui si mettono gl' inferiori. Il fiume per l' acqua, che gli leva il canale di deviazione, non può avere nel suo tronco inferiore,

se non una velocità minore della prima (339.). Si ponga dunque, che la forza della sua acqua avanti la rotta sia appena bastevole al trasporto delle materie eterogenee, della ghiaja cioè, della sabbia ec. Poichè dopo la rotta si è scemata la sua velocità, la forza della sua acqua non deve esser più bastevole al trasporto di quelle. Perciò il fiume in questo caso deve nel suo tratto inferiore alla rotta deporre al fondo le materie eterogenee, che seco porta. Essendosi adunque alzato il fondo per via della deposizione, forse può darsi, che nel decorso della piena l'acqua del fiume, la quantità della quale è quasi la stessa di prima, non possa più esser contenuta tra i suoi argini, e però soperchiandoli si spanda nelle campagne vicine. Ma l'inondazione, che forse si eviterà nel tratto inferiore, allorchè si apre la prima volta il diversivo, non si eviterà certamente nelle piene susseguenti, dovendo queste riuscire sempre più perniciose anche per quest' altra ragione, perchè interrandosi sempre più il diversivo non potrà levare al fiume principale la quantità d'acqua di prima.

366. Essendo adunque i diversivi inutili riguardo ai terreni superiori, e perniciosi riguardo agl'inferiori, ottimamente il Sig. Eustachio Manfredi consultato sopra alcuni diversivi, che si volevano aprire sulla dritta del fiume Serchio, li disapprovò tutti. Così il Sig. Perelli disapprovò i diversivi progettati nel torrente Maroggia, pro-

ducendo ancora l' esempio dei due diversivi fatti aprire dal Viviani nel fiume Celone, influente della Chiana, i quali cagionarono in poco tempo l'interramento, e la perdita del tronco principale del fiume. Così anche il Sig. Lorgna nel suo discorso sopra la maniera di riparare dalle inondazioni dell' Adige la Città di Verona, dopo di avere disapprovati tutti i diversivi, aggiunse l'esempio, ch' essendosi fatto chiudere uno dei tre rami, nei quali il Mincio sbocca fuori dal lago di Garda, non s' ebbero negli altri due che due sole once di accrescimento di altezza. A questi esempj, che ho tratti dal l. VII. c. VIII. dell' Opera più volte citata dell' Ab. Frisi quasi colle stesse parole, aggiungo una di lui osservazione fatta in Pisa sulla gran piena dell' Arno avvenuta nel mese di Novembre del 1761. Ecco la descrizione, ch' egli ne dà.

367. „ La piena sopravvenne in poche ore la notte del giorno 14., e continuò con piccole mutazioni fino alla sera del giorno 15. Anticamente nelle maggiori piene si costumava di tagliare l'argine sinistro d' Arno sette miglia al di sopra di Pisa nel luogo delle Fornacette, e con ciò si credeva di sollevare la Città dal pericolo di una inondazione. L' esperienza avea già tolto molti da quest' inganno. E così nella piena del 1740. essendosi fatto il solito taglio, s'ebbero nel tronco superiore d' Arno diverse rotte, e intanto non s' accorsero a Pisa di alcuna diminuzione

della piena. Ciò non ostante la sera del giorno sopraddetto si fece tagliare l'argine delle Fornacette nella larghezza di circa otto braccia, e il taglio fu subito allargato dalle acque fino alla larghezza di trenta. Non ostante l'ampiezza della sezione, e la quantità d'acqua, che usciva, seguitò in Pisa a crescere la piena, e verso la mezza notte susseguente arrivò alla massima altezza, che si sia avuta a memoria d'uomini. Io la mattina del giorno 16. ho trovate coperte d'acqua tutte le luci del ponte superiore della Città, e nel ponte di mezzo ne ho veduta una sola, e due nel ponte inferiore, che non fossero affatto coperte. Anzi dopo il mezzo giorno crebbe di nuovo la piena, e solamente verso sera incominciò a cedere, ed ebbe in poco tempo il suo termine". Ma è tempo ormai, che si venga al calcolo della quantità dell'acqua, che portano i fiumi nello stato di piena. Sia dunque.

TEOREMA.

Se ad un fiume d'insensibile pendenza sopravverrà una piena, le altezze saranno fra loro come le radici cubiche dei quadrati delle quantità delle acque divise per le radici cubiche dei quadrati delle larghezze.

368. Si ponga a l'altezza della sezione del fiume avanti la piena, b la larghezza, q la quan-

tità dell'acqua, che nel tempo t vi passa. Poichè il fiume, siccome si suppone, non ha sensibile pendenza, dev'esser $q = \frac{2}{3} abt \sqrt{(a \cdot 2g)}$ (350.). Per questa stessa ragione chiamando A l'altezza della sezione del fiume in tempo di piena, B la larghezza, Q finalmente la quantità dell'acqua, che nel medesimo tempo t vi passa, dev'esser $Q = \frac{2}{3} ABt\sqrt{(A \cdot 2g)}$. Ora si paragoni una quantità coll'altra: si avrà $Q : q = \frac{2}{3} ABt\sqrt{(A \cdot 2g)} : \frac{2}{3} abt\sqrt{(a \cdot 2g)} = AB\sqrt{A} : ab\sqrt{a}$, e quindi $\frac{Q}{B} : \frac{q}{b} = A\sqrt{A} : a\sqrt{a}$. Perciò $A^3 : a^3 = \frac{Q^2}{B^2} : \frac{q^2}{b^2}$, ossia $A : a = \frac{\sqrt[3]{Q^2}}{\sqrt[3]{B^2}} : \frac{\sqrt[3]{q^2}}{\sqrt[3]{b^2}}$. Ciocchè ec.

369. *Coroll.* I. Si supponga, che in tempo di piena il fiume conservi la sua primiera larghezza, crescendo soltanto l'altezza dell'acqua: si avrà in questo caso $A : a = \sqrt[3]{Q^2} : \sqrt[3]{q^2}$, ossia saranno le altezze prima, e nel tempo della piena come le radici cubiche dei quadrati delle quantità delle acque fluenti nello stesso tempo.

370. *Coroll.* II. In questa stessa ipotesi le quantità delle acque nello stesso tempo fluenti saranno come le altezze, e le radici di queste. Imperocchè stando $A : a = \sqrt[3]{Q^2} : \sqrt[3]{q^2}$, deve anche stare $Q^2 : q^2 = A^3 : a^3$, e perciò $Q : q = \sqrt{A^3} : \sqrt{a^3} = A\sqrt{A} : a\sqrt{a}$. Onde, poichè il

Pò nelle sue piene ordinarie cresce quattro volte di altezza, dev'esso in egual tempo, e sotto egual larghezza portare otto volte più di acqua in tempo di piena, che di magrezza.

PROBLEMA.

Date le altezze, e larghezze di due fiumi d'insensibile pendenza, uno dei quali ha da entrar nell'altro, ritrovare l'altezza, che avrà il fiume principale, tostochè avrà nel suo seno ricevute le acque dell'altro.

371. Poichè è data l'altezza, e la larghezza dell'influente, si potrà ritrovare la quantità dell'acqua, che in un dato tempo esso porta, e si chiami questa q. Per la stessa ragione si potrà anche ritrovare la quantità dell'acqua, che nello stesso tempo porta il fiume principale, e sia questa Q. Si ponga A l'altezza del fiume principale avanti lo scarico delle acque, x dopo lo scarico. Egli è chiaro, che la quantità dell'acqua, che nel suddetto tempo porterà il fiume principale dopo di aver ricevute nel suo seno le acque dell'influente, sarà eguale alla somma delle quantità d'acqua, che i due fiumi avanti la loro unione portavano nello stesso tempo separatamente, cioè sarà $= Q + q$. Onde se si farà $\sqrt[3]{Q^2} : \sqrt[3]{((Q+q)^2)} = A : x$ (369.), si avrà l'altezza x del fiume

principale dopo lo scarico delle acque dell'influente $= \frac{A\sqrt{((Q+q)^2)}}{\sqrt{Q^2}}$. Ciocchè ec.

372. *Scolio*. In questo modo il Sig. Eustachio Manfredi calcolò l'altezza, che avrebbe acquistata appresso a Ferrara il Pò, dove non è più sensibile la pendenza del fondo, se in quello si fosse portato il Reno di Bologna.

373. *Coroll.* I. Se dall'altezza ritrovata si leverà quella, che avea il fiume principale avanti l'unione, si avrà l'incremento dell'altezza, che ha apportato al principale l'influente colle sue acque.

374. *Coroll.* II. Quindi se la medesima quantità di acqua sarà da un influente portata in diversi tempi in un fiume principale, si troverà l'incremento dell'altezza, fatto il calcolo, diverso secondo la diversità dello stato del principale, massimo cioè nello stato di magrezza, minimo nello stato di piena, medio finalmente nello stato di mezzo, siccome c'insegna anche l'esperienza.

375. *Scolio*. Come s'abbia da operare per trovare l'altezza dell'acqua residua di un fiume dopo la derivazione di un canal d'acqua, e quanto sia il decremento dell'altezza del principale, purchè sì questo, come il canale non abbia sensibile pendenza, ciò abbiam già insegnato al num. 184.

CAPO V.

Dei fiumi principali della Terra, e della quantità sì dell' acqua, come della materia terrea, ch' essi portano al mare.

376. I Fiumi reali dell'antico continente secondo il Sig. Conte di Buffon sono 430. in circa, e metton foce nell' Oceano, nel Mediterraneo, e nel Mar nero; quei poi del nuovo cogniti al dì d'oggi non ascendono, che a 180. Questo numero però non comprende, se non i fiumi grandi come la Somma in Piccardia.

377. I maggiori fiumi dell' Europa sono la Volga, il Danubio, il Don ossia Tanai, il Nieper, e la Duina: dell' Asia l'Hoang, il Jenisca, l'Oby, l' Amur, il Mecon, il Kiang, il Gange, l'Indo, e il Sirderojas: dell' Affrica il Senegal, il Nilo, la Zaira, la Coanza, la Coama, e il Quilmanci: dell' America finalmente il fiume delle Amazoni, S. Lorenzo, il Mississipì, la Plata, l' Orenoco, e Madera.

378. Le grossezze di alcuni di questi fiumi secondo le relazioni dei Viaggiatori sono le seguenti. Il fiume delle Amazoni ha 12 miglia di larghezza, piedi 100 di profondità al Rio Negro: la Plata 150, oppure 160 di larghezza alla foce: S. Lorenzo un miglio di larghezza, piedi 30 di profondità a Quebec: Senegal 60

miglia di larghezza alla foce: Hoang 3 miglia di larghezza in alcuni luoghi: Kiang un miglio di larghezza, piedi 200 di profondità in alcuni luoghi: Nilo 7 miglia di larghezza alla foce: Orenoco 45 piedi di profondità alla foce: Danubio un miglio di larghezza, piedi 15 di profondità alla foce: Reno finalmente piedi 2600 di larghezza a Magonza.

379. I fiumi della Terra, che hanno un corso più lungo, se questo si considera dalla prima sorgente fino al mare, sono il fiume delle Amazoni, il Senegal, l'Hoang, il Jenisca, il Mecon, il Kiang, l'Oby, l'Amur, il Nilo, la Lena, il Volga, e il Gange, essendo le lunghezze dei loro corsi, siccome si ricava dalle migliori carte Geografiche, di 1350, di 1440, di 1200, di 1620, di 1400, di 1320, di 1380, di 1230, di 1140, di 1020, di 1000 leghe di 3000 tese ciascuna.

380. Tutti i fiumi grandi ricevono molti altri, mentre si portano al mare, siccome abbiam già accennato. Se si contano i fiumi più considerabili, ch'entrano nei reali, si trova, che il Danubio ne riceve dentro di se 30, o 31, la Volga 32, o 33, il Tanai 5, o 6, il Nieper 19, o 20, la Duina 11, o 12, l'Hoang 34, o 35, il Jenisca 60 e più, l'Oby 60 e più, l'Amur 40 in circa, il Kiang 30 in circa, il Gange 20 e più, l'Eufrate 10, o 11, il Senegal 20 e più, il Nilo 13, o 14, il fiume

delle Amazoni 60 e più, S. Lorenzo 40 in circa, numerando quei, che cadono nei laghi, il Missisipì 40 e più, la Plata 50 e più.

PROBLEMA I.

Ritrovare appresso a poco la quantità dell' acqua, che riceve in un anno la Senna al ponte rosso di Parigi dai suoi influenti superiori.

381. LA Senna nasce nella Borgogna appresso Chanceaux alla distanza di 6 leghe da Dyon, indi bagnando Troye nella Sciampagna, Melun, e Parigi nell' isola di Francia, Roven, e Caudebec nella Normandia, dopo di essersi ingrossata col tributo di molti fiumi si scarica nell' Oceano per una grande imboccatura alla sinistra di Havre di Grace. Essa dalla sua sorgente fino al ponte rosso di Parigi riceve per mezzo di varj influenti le acque di un distretto di 180 miglia di lunghezza, e di 150 di larghezza in circa. Però la Senna, compresi i fiumi, che riceve, bagna fino al suddetto ponte un' estensione di 27000 miglia quadrate.

Se si prende in tempo, in cui la Senna sia nello stato di permanenza, una sezione, dev' essa allora versare da questa tant' acqua, quanta ne riceve dai suoi rami superiori (317.). Si prenda dunque al ponte rosso di Parigi, giacchè qui il

luogo senza contraddizione è assai opportuno, una sezione in sì fatto tempo, mentre la Senna si trova nello stato di mezzo, cioè nè di piena, nè di magrezza. Secondo le misure di M. Mariotte la Senna in questo stato ha al ponte rosso di Parigi 400 piedi di larghezza, e 5 di profondità ragguagliata in tutta la larghezza, e 150 di velocità assoluta per ogni minuto nel suo filone.

Ora riflettasi, che la Senna in tempo di Estate ha qualche volta soli tre piedi di altezza: ch'essa cresce smisuratamente nelle sue piene, essendosi alzata nella piena del 1763 fino a $22\frac{1}{2}$, e in quella del 1740 fino a 25 piedi: che finalmente oltre le piene ha anche delle mezze piene. Si vedrà chiaramente, che per volere ritrovare appresso a poco la quantità delle acque, che in un anno riceve la Senna al ponte rosso dai suoi influenti superiori, si può supporre senza pericolo di grand' errore, ch' essa in tutti i giorni dell'anno resti nello stato di mezzo. Quindi, facendo uso dell'equazione $Q = svt$ (328.), dove l' area s della sezione $= 2000$, la velocità assoluta v del filone per ogni minuto $= 150$, il numero t finalmente dei minuti, che si contengono in un anno, ossia in 265 giorni $= 525600$, si troverà la quantità Q dell' acqua, che porta in un anno la Senna al ponte rosso di Parigi, ossia, ch' essa riceve in un anno dai suoi superiori influenti, $=$ 157680000000 piedi cubici, ossia, dati ad un miglio d'Italia 5000 piedi parigini, e quindi ad

un miglio cubico 125000000000 piedi cubici, $= \frac{15768}{12500}$ miglia cubiche. Ciocchè ec.

382. *Scolio*. Il Sig. Mariotte, affine di compensare le resistenze, che il fondo, e le sponde oppongono al moto della Senna, nel calcolo dell'annua portata di questa al ponte rosso di Parigi ha posto soltanto la velocità assoluta del filone di 100 piedi per ogni minuto, siccome abbiamo già accennato (329.). Nel resto, non ostante la velocità maggiore presa, si vedrà, che i vapori, e le pioggie sono piucchè sufficienti al mantenimento dei fiumi: il che è l'oggetto di questo, e dei seguenti Problemi.

PROBLEMA II.

Ritrovare appresso a poco la quantità dell'acqua, che portano in un anno al mare tutti i fiumi della Terra.

383. Quantunque non si possa stabilire con esattezza, quanta sia la superficie asciutta della Terra, essendovi in questa anche oggidì tratti immensi affatto ignoti, pare però dalle osservazioni più recenti, ch'essa si possa porre senza pericolo di grand'errore eguale a due quinti di quella di tutto il globo della Terra. Quindi, poichè il diametro di questo è di 7848 miglia,

posta la ragione del diametro alla circonferenza $= 113:355$, dev' esser la superficie della parte asciutta della Terra $= \frac{2}{5} \cdot 193492440 = 77396976$ miglia quadrate, essendo la superficie totale $=$ 193492440 miglia quadrate.

Ora si faccia l' ipotesi, che il mare riceva col mezzo dei fiumi in un anno ad ogni 27000 miglia quadrate di superficie asciutta tant' acqua, quanta nello stesso tempo ne riceve la Senna dal distretto, ch' essa bagna dalla sua sorgente fino al ponte rosso di Parigi, essendo l' estensione di questo, siccome abbiam detto di sopra, $=$ 27000 miglia quadrate. Pare, che questa ipotesi non possa rigettarsi, trovandosi quel distretto in un' clima, dove le pioggie non sono nè troppo abbondanti, nè troppo scarse, arrivando l' acqua, che cade dal Cielo in quello, ai 20 pollici in circa.

In questa ipotesi adunque, poichè l' acqua, che riceve la Senna in un anno dal distretto, che bagna dalle sue sorgenti fino al ponte rosso di Parigi, $= \frac{15768}{12500}$ miglia cubiche, se si farà $27000 : \frac{15768}{12500} = 77396976 : x$, si troverà la quantità x dell' acqua, che il mare riceve in un anno da tutta la superficie asciutta della Terra, ossia da tutti i fiumi della Terra, $=$ 3616 miglie cubiche in circa. Ciocchè ec.

384. *Scolio*. Il Sig. di Buffon per ritrovare la ricercata quantità dell' acqua riferisce tutti i fiumi della Terra al Pò. Mi pare, che per ritrovarla proſſimamente esatta non ſi poſſa far uso di quel fiume, portando eſſo in proporzione del terreno, che bagna, al mare una quantità maggiore di acqua. Eſſendo l' Italia una lunga ſtriscia di Terra circondata da due mari, e dalle Alpi, e tagliata per lungo dall' Apennino, deve per la sua ſituazione, e ſtruttura aver le pioggie più copiose del giuſto. I mari vicini mandano a nuvole i vapori, e le montagne in pioggie dirotte gli ſtringono, e condensano; il che è conforme alle oſſervazioni. Lo ſteſſo dicaſi delle nevi. Ma nell' Italia la parte; dove le pioggie, e le nevi, che alimentano i fiumi, sono più copiose, è ſicuramente il diſtretto bagnato dal Pò.

PROBLEMA III.

Ritrovare appreſſo a poco il tempo, che debbon mettere tutti i fiumi della Terra per portare al mare tant' acqua, quanta queſto ne contiene.

385. SEbbene il mare non abbia dappertutto la ſteſſa profondità, ſi può però supporre in tutta la sua eſtenſione la profondità di un quarto

di un miglio, compensando in questo modo le minime colle massime profondità, che arrivano in alcuni luoghi alle tre, e più miglia. Ora, poichè la superficie asciutta della Terra è uguale a due quinti della superficie totale, deve la superficie del mare essere eguale a tre quinti della stessa, ossia $= \frac{1}{5} . 193492440$. Però tutta l'acqua del mare dev' esser $= \frac{3 . 193492440 . 1}{5 . 4}$ miglia cubiche. Adunque si avrà il numero x degli anni necessarj, affinchè tutti i fiumi della Terra possano portare al mare tant' acqua, quanta questo ne contiene col far la proporzione, che siegue,

$$\frac{77396976 . 15768}{27000 . 12500} : 1 = \frac{3 . 193492440 . 1}{5 . 4} : x,$$

dove il primo termine è il numero delle miglia cubiche di acqua, che tutti i fiumi della Terra tributano in un anno al mare. Perciò si troverà $x = 8026 \frac{1}{2}$ in circa anni. Ciocchè ec.

PROBLEMA IV.

Ritrovare appresso a poco la quantità della materia terrea, che nello stato di piena porta il Pò al mare in un dato tempo.

386. Tutti i fiumi della Terra portano principalmente in stato di piena al mare insieme colle

loro acque una gran copia di materie terree tolte dai terreni, per li quali son passati, e tra queste anche delle particelle saline disciolte, che accrescon la salsedine del mare, quantunque questa derivi anche dai banchi di sale, che si ritrovano al di lui fondo, e lungo le rive. Ma se v'ha tempo, in cui portano essi al mare in maggior copia le materie terree, egli è certamente in tempo di piena. Ora per ritrovare appresso a poco la quantità della materia terrea, che in tempo di piena porta al mare il Pò in un'ora per esempio, cerco

I. L'altezza, e la larghezza del Pò a Lagoscuro in tempo di piena. Si può metter la prima di 35, l'altra di 700 piedi parig., siccome si è osservato in più piene.

II. La velocità superficiale del filone del Pò in tempo di piena. Mi pare, ch'essa si possa stabilire di tre miglia all'ora, ossia di 15000 piedi parig. all'ora.

III. La quantità dell'acqua, che passa per la sezione presa in un'ora nell'ipotesi, che in tutto questo tempo la piena sia costante. Per ritrovarla si faccia uso dell'equazione $Q = svt$ (328.), quantunque la quantità in questo modo ritrovata sia minore del giusto (350.). Si avrà $Q = 35 . 700 . 15000$ piedi cubici.

Si ponga ora, che l'acqua del Pò in tempo di piena sia egualmente torbida, che quella dell'Arno in Pisa (295.); anzi per non peccare nel

nel calcolo di eccesso, ma piuttosto di difetto si ponga, che la parte terrea mescolata insieme all' acqua non sia, che $\frac{1}{100}$ del volume dell' acqua torbida. Si troverà la quantità della materia terrea, che in un'ora passa per Lagoscuro in tempo di piena, ossia che porta il Pò al mare in un'ora in tempo di piena $= \frac{35 \cdot 700 \cdot 15000}{200} = 1837500$ piedi cubici. Ciocchè ec.

387. *Scolio*. Ma qui tacitamente si suppone, che la materia terrea, che passa in un' ora per Lagoscuro in tempo di piena, vada tutta assieme coll' acqua al mare; il che è falso. Imperocchè scemandosi la velocità del Pò da Lagoscuro al mare, quelle particelle dell'acqua, le quali non hanno un' agitazione sufficiente al sostentamento della materia terrea, depor debbon questa al fondo. Ma se si rifletterà, che la quantità dell' acqua ritrovata è molto minore del giusto: che il sedimento raccolto nella sperienza non contiene, se non le materie specificamente più gravi dell' acqua: che finalmente nel calcolo abbiam posto la materia terrea $= \frac{1}{100}$, mentre essa è soltanto $\frac{1}{194}$ di quella dell' acqua, si vedrà, che la suddetta quantità della materia terrea non può esser maggiore di quella, che realmente porta in un' ora il Pò al mare in tempo di piena.

388. *Coroll.* Quindi s' intende, donde avviene, che i fiumi formino alle loro imboccature dei banchi di sabbia, delle isole eziandio in mare,

ſiccome han fatto il Reno, e la Mosa nell'Olanda: che ſi alzi in alcuni luoghi il fondo del mare: che le spiaggie finalmente s'avanzino nel mare in alcuni luoghi, e in altri ſi riſtringano, quantunque queſt'ultimo fenomeno provenga alcune volte ancora dalle materie ſtaccate dal fondo del mare nelle tempeſte, e gettate dai venti lungo le spiaggie.

389. *Scolio*. I Signori di Venezia per impedire l'interramento della laguna, che rende quella Metropoli una delle più forti Città d'Europa, e inſieme per ottenere la salubrità dell'aria, giuſta il parere dei Matematici Montanari, e Guglielmini han deviato i fiumi Brenta, Bacchiglione, Livenza, Piave, Sale, ed altri minori, portando la foce di queſti dentro il mare. In queſta diverſione hanno eglino perduto tutti i vantaggi del corso più corto, e della maggior pendenza. Onde son nati poi gl'incomodi, che ora eſſi soffrono, vale a dire la maggiore elevazione dei fondi superiori, la maggiore altezza delle piene, e quindi la frequenza delle rotte, e la spesa preſſochè continua nel riparare, e rialzare gli argini. Ma tutti queſti mali, sebben non piccioli, vengono baſtevolmente compensati e dalla salubrità dell'aria, e dal minor interramento conseguito dopo la diverſione dei suddetti fiumi.

PROBLEMA V.

Ritrovare appresso a poco il rialzamento annuo del fondo della laguna di Venezia, che sarebbe stato prodotto dalla deposizione delle materie terree degl' influenti, se questi per ordine della Republica non si fossero fatti sboccare dentro il mar vivo.

390. Io cerco sulla carta Geografica della Terra ferma della Repubblica di Venezia, stata pubblicata dal Sig. Santini, l'estensione del terreno bagnato da quei cinque fiumi, e mi pare di poter valutare la di lui lunghezza 80, e la larghezza 60 miglia, cosicchè la sua superficie sia di 4800 miglia quadrate, ossia di 4800. 3600000000 pollici quadrati.

Suppongo, che la quantità dell' acqua, che portano i fiumi ragguagliati nello stato di mezzo, sia in ragion composta dell'estensione del terreno, che bagnano essi, e dell'altezza media della pioggia annua, che in quella cade (sotto il nome di pioggia comprendo anche la neve), essendo egli chiaro, che, posta la stessa media altezza della pioggia, la quantità dell'acqua, che portano i fiumi, dev' esser tanto maggiore, quanto maggiore si è l'estensione del terreno bagnato, e posta la stessa estensione del terreno bagnato, dev' ella esser tanto maggiore, quanto maggiore si è

l' altezza media della pioggia caduta in un anno. Ora dalle osservazioni fatte consta, che l' altezza media della pioggia, che in un anno cade a Parigi, è di 20, e a Padova di 32 pollici. Se si considera la pioggia, che in un anno cade sì in Parigi, come in Padova, come uniforme in tutto il respettivo distretto bagnato, si trova il prodotto dell' estensione del terreno bagnato dai fiumi, che avanti la loro diversione sboccavano nella laguna di Venezia, nell' altezza media della pioggia, che in un anno cade in Padova, = 4800. 3600000000. 32 pollici cubici; e il prodotto dell' estensione del distretto bagnato dalla Senna dalla sua origine fino al ponte rosso di Parigi, nell' altezza media della pioggia, che quivi cade in un anno, = 27000. 3600000000. 20 pollici cubici.

Ora si cerchi la quantità dell' acqua, che porta in un dì la Senna al ponte rosso di Parigi nel suo stato di mezzo: sarà questa = 400. 5. 150. 60. 24 piedi cubici, = 400. 5. 150. 60. 24. 1728 pollici cubici. Quindi si troverà col mezzo della regola d' oro la quantità dell' acqua, che i suddetti fiumi ragguagliati nello stato di mezzo portavano in un dì alla laguna di Venezia, $= \frac{400 . 5 . 150 . 6 . 24 . 1728 . 48 . 32}{27 . 2}$ pollici cubici.

Suppongo inoltre, che, comprese le piene, e mezze piene, si avessero nel corso di un anno

soltanto otto giorni intieri di piena, e che la quantità dell'acqua, che in ciascuno di questi giorni portavano i suddetti fiumi, fosse soltanto eguale al doppio della ritrovata. In questa ipotesi, che se pecca, pecca solamente di difetto, siccome facilmente accorderà, chi riflette, che il Pò, che non bagna, se non un distretto 9 volte in circa maggiore, ha due, o tre piene all'anno: che queste durano qualche volta 30, e fino 40 giorni: ch'esso oltre le piene ha spesso molte mezze piene: che finalmente esso nelle sue piene ordinarie cresce quattro volte di altezza, in questa ipotesi, dico, la quantità dell'acqua, che negli otto giorni di piena portavano alla laguna i summentovati fiumi, dev'esser =

$$\frac{8.\ 400.\ 5.\ 150.\ 6.\ 24.\ 1728.\ 48.\ 32}{27} \text{ pollici}$$

cubici. Quindi, posta la parte terrea mescolata assieme coll'acqua torbida della piena $= \frac{1}{200}$ in circa del volume della stess'acqua, dev'esser la quantità della materia terrea, che in un anno portavano gli stessi fiumi avanti la loro diversione nelle acque salse della laguna, =

$$\frac{8.\ 400.\ 5.\ 150.\ 6.\ 24.\ 1728.\ 48.\ 32}{27.\ 200} \text{ pollici}$$

cubici.

La lunghezza della laguna di Venezia si può fissare di 25, e la larghezza media di 4 miglia, cosicchè tutta la sua superficie sia di

100 miglia quadrate, ossia di 100 . 3600000000 pollici quadrati. Egli è chiaro, che il rialzamento annuo del fondo della laguna prodotto dalla deposizione della materia terrea, quando quei fiumi ivi aveano le loro foci, dovea essere nell' ipotesi, che la deposizione si facesse dappertutto egualmente, $=$

$$\frac{8 . 400 . 5 . 150 . 6 . 24 . 1728 . 48 . 32}{27 . 200 . 100 . 3600000000} =$$

$\frac{1}{2}$ di un pollice in circa. Ciocchè ec.

APPENDICE.

Dei principali Problemi, che appartengono all' origine dei fiumi.

391. „ I Filosofi solitarj, che si abbandonano alla semplice immaginazione, e che nel silenzio delle loro biblioteche si studiano di ridurre la Natura in sistemi prima di consultarla, e osservarla in se medesima, possono ben figurarsi, che le acque dei grossi fiumi si versino dalle aperture delle montagne, e che o per i piccoli meati della Terra, o per le maggiori caverne sotterranee vi sian continuamente somministrate dal mare. Un Filosofo viaggiatore, che porti gli occhi suoi proprj sull' alveo di qualche fiume, e che si prenda l' incomodo di rimontarlo fino alla prima sorgente, non può riconoscervi altre ca-

gioni fuorchè le nevi sciolte, e le pioggie ". Sono parole del Sig. Ab. Frisi nel l. I. c. VI. della più volte lodata Opera.

392. Infatti rimontando l'alveo di un fiume si osserva, che il tronco principale di questo, prosiegue lo stesso Autore, che ha seguitato lungamente il corso di molti fiumi, „ si forma di molti altri minori rami, e questi di moltissimi ramoscelli, gradatamente sempre più piccoli. Piccolissime sono le prime polle, che somministrano ciascuno di essi: si vedon gemere, e stillare dalle sempre umide coste delle colline, e montagne: s' ingrossano visibilmente dalle altre minutissime vene d'acqua, che sono sparse su tutti i fondi, e sulle sponde, che le riuniscono ".

393. Ora è una sciocchezza il pretendere, che l'acqua, che portano queste vene, venga dal mare per occulti sotterranei canali, principalmente se si riflette, che le nevi restano sulle cime delle alte montagne anche in tempo di estate: che le pioggie sono più dirotte, e frequenti nei luoghi montuosi: che le nebbie tengono quasi sempre inumidito il lor terreno: che la evaporazione è sempre minore, che al piano: che l'acqua finalmente, che cade sulle montagne in forma o di pioggia, o di neve, o di nebbia, si raccoglie insieme ora nei più ampj crateri di quelle, e vi lascia dei laghetti perenni anche alla cima, ora penetrando per le cavità si raduna, e conserva dentro le viscere delle stesse, ora final-

mente insinuandosi profondamente per li meati delle terre più porose, e per le fenditure dei sassi, che servono di fondamento al terreno, rendon questo sempre inzuppato, e grondante.

394. Adunque, poichè i fiumi non debbon la loro origine che alle pioggie, e nevi disciolte, non ci deve far maraviglia, se i luoghi, dove non piove, se non di rado, o non hanno, o almeno pochissime sorgenti di acqua, come l' Egitto, l' Arabia ec.: se abbondano di fiumi quegli altri luoghi, dove le pioggie, e le nevi son copiose, come l'Italia, la Francia, la Germania ec.: se i fiumi s' ingrossano, allorchè cadono dirottamente le pioggie, o si squagliano repentinamente le nevi: se vengon meno finalmente, e diseccansi anche, qualora la siccità dura lungamente. Il Sig. Bernardo Trevisano nel suo Trattato della laguna di Venezia porta un'antica iscrizione, in cui si è conservata a' posteri la memoria, che il Pò era ridotto così meschino di acqua, che si poteva senza pericolo passare a guazzo.

395. Ma donde avviene, che i fiumi reali, che s' ingrossano mediante il tributo delle acque di molti altri fiumi, e torrenti, non si diseccano mai intieramente anche nelle siccità più ostinate? Due sono le ragioni principali, la prima delle quali si è, ch' essi traggon le acque, che portano, col mezzo dei loro influenti da parti diverse, e molto lontane fra loro. Ora le siccità universali non sono, se non rarissime, siccome

c'insegnano le offervazioni. Succede speffe volte, che le pianure fian afflitte da una lunga aridità, mentre le montagne vengono inondate da diluvj di pioggie. L'altra fi è, che le sommità delle montagne, da dove i fiumi reali traggon l'acqua o dalle loro sorgenti, o dai loro influenti, sono sempre coperte di neve, o di ghiaccio. Quelta neve, o ghiaccio serve di alimento perenne nelle maggiori ficcità, mentre liquefatta da cocenti raggi del sole ingroffa le sorgenti, o gl'influenti, e mantiene perenni, benchè magri di acqua, i fiumi reali.

PROBLEMA I.

Data l'altezza di una delle più alte sorgenti dei fiumi sulla superficie del mare, ritrovare la profondità, che dovrebbe avere il mare, se foffe vero, che la sua acqua, dopo di esserfi resa dolce mediante la depofizione del suo sale nel fondo, saliffe in vigore della sua minore specifica gravità per li meati della Terra fino a quell'altezza.

396. IL Sig. Giovanni Bernoulli ha preteso di spiegare, come le acque del mare poffano sollevarfi fino alle cime delle più alte montagne, dove i fiumi hanno le sorgenti, per la sola forza d'equilibrio, ed ecco in qual modo. Si supponga, che

l'acqua, che occupa il fondo del mare, sia dalla pressione dell'acqua superiore obbligata a passare per li di lui piccoli meati, e che mentre per questi passa, deponga tutto il suo sale nel profondo del mare, come in un collatojo. Egli è chiaro, che, poichè quest'acqua, mediante la deposizione del suo sale, si rende più leggiera dell'acqua salsa del mare, se penetrando essa poscia per li segreti canali della Terra potesse di nuovo salire al livello del mare, non potrebbe già arrestarsi, nè equilibrarsi coll'acqua del mare, non potendo due fluidi di diversa gravità specifica rinchiusi in due vasi comunicanti esser fra loro in equilibrio, se non sono le loro altezze in ragione inversa delle gravità specifiche, siccome c'insegna l'Idrostatica. Crede poi quel gran Matematico, che qualora gli occulti canali della Terra sieno continuati all'insù fino alle sommità delle più alte montagne, possa l'acqua del mare resa dolce sollevarsi in virtù della sua minore specifica gravità.

In questa ipotesi ingegnosa, benchè falsa, ecco quanta dovrebb'esser la profondità del mare. Si ponga G la gravità specifica dell'acqua del mare, g quella dell'acqua dolce, x la profondità del mare, a l'altezza della sorgente più alta sopra il livello del mare. Egli è chiaro, che, non potendo l'acqua dolce sollevarsi sopra la superficie della salsa, se non quanto porta la gravità specifica dell'una, e dell'altra, deve

ſtare $G : g = x + a : x$; e quindi *sottraendo* $G - g : g = x + a - x : x$; e però $x = \frac{ag}{G - g}$.

Ora secondo la Tavola delle gravità specifiche del Sig. Muſſchenbroeck la gravità specifica dell' acqua del mare $= 1030$, quella dell' acqua di fiume $= 1009$. Inoltre vi sono dei fiumi, che hanno le loro sorgenti su monti 3 miglia, e più elevati sopra il livello del mare. Adunque fatto $a = 3$ miglia, $G = 1030$, $g = 1009$, ſi troverebbe nell' ipoteſi di sopra la profondità x del mare $= 144 \frac{1}{7}$ miglia d' Italia. Ciocchè ec.

397. *Scolio*. Queſta profondità è sì smiſurata, che non merita punto fede, eſſendo eſſa sommamente lontana da tutte quelle, ſino alle quali ſi è potuto ſin qui esplorare il fondo del mare con lo scandaglio. Ma ancorchè il mare aveſſe una sì incredibile profondità, la di lui acqua resa dolce mediante la depoſizione del suo sale non potrebbe in virtù della sua minore specifica gravità salire a tant' altezza. Per giungere bisognerebbe, ch' eſſa per condotti lunghi più di 144 miglia ſi sollevaſſe dal fondo del mare ſin quaſi alla superficie della parte asciutta della Terra, e poscia per altri canali lunghi almeno tanto, quant' è la diſtanza della sorgente dal mare, ſi metteſſe a piombo sotto la montagna, e quindi per gli occulti meati di queſta saliſſe ſin dove ſtà la sorgente, e faceſſe finalmente tutto queſto cammino sì lungo, e sì pieno d' in-

stoppi senza incontrare veruna resistenza, siccome suppongono le leggi dell' Idrostatica. Ora chi non vede la fisica impossibilità di ciò? Dato per fine, che l'acqua del mare vi potesse giungere, non potrebb' essa gemere, e trasudar fuori, che con lentissimo moto, e non già con quella vivacità, e celerità di moto, con cui si veggono talvolta spicciar fuori gli zampilli delle sorgenti.

PROBLEMA II.

Ritrovare la quantità del sale, che deporrebbe in un anno la Senna al ponte rosso di Parigi, se tutta la di lei acqua venisse dal mare per li sotterranei meati della Terra.

398. ALtri han preteso, che le acque del mare si distribuissero a tutte le parti del globo della Terra per infiniti piccioli canali sotterranei appresso a poco, come il sangue, che partendo dal cuore si sparge per le arterie fino alle estremità del corpo animato; e che dopo di aver deposto il sale, passando a traverso dell' arena, o delle terre, scaturissero fuori poscia per li meati, che la Natura ha ad esse preparati, dove i fiumi hanno le loro sorgenti. In questa opinione, quantunque falsa anche per via delle osservazioni più esatte, essendosi osservato, che le acque sotterranee, per tutto dove s' incontrano, hanno

uno scorrimento determinato verso il mare; il che prova con evidenza, ch' esse non vengono di là immediatamente; in questa opinione, dico, ecco quanto sarebbe il sale deposto in un anno, se l'acqua, che porta la Senna al ponte rosso di Parigi, venisse tutta dal mare.

Se si fa svaporare lentamente l'acqua del mare, il sale che resta dopo l'operazione, è $\frac{1}{32}$ del peso della stess' acqua salsa, siccome consta dalle sperienze del Conte Marsigli, Halley, Halles ec. Ora il peso di un piede cubico di acqua marina è di 72. libb. parig. in circa. Inoltre la quantità dell' acqua, che porta in un anno la Senna al ponte rosso di Parigi = 157680000000 piedi cubici (381.). Se tutta quest' acqua venisse dal mare, dovrebbe questo in un anno somministrare altrettanti piedi cubici di acqua salsa. Però la quantità del sale deposto in un anno sarebbe $= \frac{1}{32}$. 157680000000. 72 = 354778750000 libb. parig. Ciocchè ec.

399. *Coroll.* Adunque quanto sarebbe il sale deposto nei piccoli meati della Terra dal principio del Mondo fino al dì d'oggi, se tutta l'acqua, che portano i fiumi della Terra, venisse immediatamente dal mare? Tanta, e sì grande, che sarebbero in breve tempo rimasti chiusi i piccoli meati della Terra, siccome succede ai vasi di filtrazione, i pori dei quali se non vengono di tratto in tratto liberati dalle materie deposte, si turano finalmente in guisa, che non

lasciano più passare il fluido. Però in questa ipotesi le sorgenti dei fiumi sarebbero tutte già estinte; nè ci dovrebbero più essere nella Natura i fiumi. Tanta, e sì grande, che, se non fossero rimasti chiusi i piccoli meati della Terra, il mare avrebbe perduto a quest'ora tutto il sale delle sue acque diventando dolce. Tanta, e sì grande finalmente, che, scavando a qualche profondità la superficie della Terra, non si dovrebbe a quest'ora trovare quasi nient'altro, fuorchè sale.

400. *Scolio*. L'esperienza c'insegna, che l'acqua del mare, allorchè si sublima in vapori, come quei, che formano le nuvole, abbandona i sali, ch'essa contiene, e tutte le materie pesanti, che non possono com'essa rendersi volatili. Però non ci deve far maraviglia, se le acque, che portano al mare i fiumi, son dolci, quantunque vengono esse formate dai vapori dell'acqua del mare.

401. *Coroll.* II. Poichè l'acqua, che contiene il mare, si può appresso a poco valutare $= \frac{3 \cdot 193492440 \cdot 1}{5 \cdot 4}$ miglia cubiche (385.), egli è chiaro, che la quantità del sale intimamente alle di lui acque combinato dovrà essere appresso a poco $= \frac{1}{32} \cdot \frac{3 \cdot 193492440 \cdot 1}{5 \cdot 4} =$ 906996 miglia cubiche in circa, potendosi considerare senza pericolo di grand'errore, che il

sale, che contiene l'acqua del mare, sia dappertutto $\frac{1}{32}$ del volume della stessa, sebbene il mare in alcuni luoghi sia più, in altri meno salso.

402. *Scolio*. Non si deve però credere, che il mare contenga questa sola quantità di sale. Imperocchè oltre quello, ch'è intimamente combinato colle sue acque, vi si trovano nel fondo delle miniere di sale non disciolto, molti scoglj ancora, e delle grandi isole eziandio, siccome tal si è l'isola Ormus situata nel fondo del golfo dello stesso nome all'imboccatura del seno Persico.

403. *Coroll.* III. Poichè le acque del mare non penetrano a traverso le terre, s'intende, perchè le sorgenti, che sono più prossime al mare, sieno di acqua dolce, siccome tali sono quelle, che ne son lontane, dovendo tutte la loro immediata origine alle acque, che vengono dall'atmosfera.

404. *Scolio*. La più speciosa obbiezione, che si possa fare contro la nostra opinione, si è il dire, che le acque, che somministrano le pioggie, e le nevi disciolte, non possono esser bastevoli al mantenimento perenne dei fiumi, principalmente in tempo di siccità. Per esempio l'acqua, che porta ogni dì al ponte rosso di Parigi la Senna, è di 486000000 piedi cubici. E'egli credibile, che un volume sì grande di acqua, che ogni dì passa per il ponte rosso di Parigi, possa essere il prodotto della pioggia, e della

neve, che cade nel distretto bagnato dalla Senna dalle sorgenti fino al suddetto ponte? Per iscio-gliere questa difficoltà, che ha fatto cadere in errore intorno l'immediata origine de' fiumi anche degli Uomini grandi, sebbene sia già stata intieramente dissipata, sia

PROBLEMA III.

Ritrovare la quantità della pioggia, che dal Cielo cade in un luogo nello spazio di un anno.

405. Si prenda una cassa assai larga, e lunga foderata di piombo, ed aperta nella sua cima, e divisa in gradi al di dentro secondo la sua altezza. Il vase può avere in vece della figura rettangolare la cilindrica. Si collochi poscia la cassa sopra un piano orizzontale in uno spazio libero, nè circondato dagli edifizj. Ogni volta che cade dal Cielo l'acqua, siasi in pioggia, o in neve, o in grandine, si noti su un giornale, quante linee l'acqua siasi innalzata dentro la cassa. La neve, e la grandine deve prima esser ben disciolta, che si prenda nel vase l'altezza dell'acqua. Egli è chiaro, che si avrà, fatta in fine dell'anno la somma di tutte quelle altezze, l'intiera altezza dell'acqua caduta in quel luogo. Ma, poichè non cade ogni anno nello

stesso

ſteſſo paese la ſteſſa quantità d'acqua, per avere la media, bisogna dividere la somma delle varie altezze dell' acqua ivi caduta nel corso di più anni per il numero di queſti. Procedendo in queſto modo ſi è trovato, che la quantità media della pioggia, che in un anno cade in Parigi, è di 20, in Londra di 35, in Leiden di $29\frac{1}{2}$, in Lione di 37, in Utrech di 24, in Zurigo di 32, in Roma di 20, in Padova di $32\frac{1}{4}$, in Pisa di 34, in Venezia di $33\frac{11}{12}$, in Milano di $33\frac{2}{3}$, al forno Volaſtro finalmente tra le montagne della Garfagnana di 92, e più pollici. Ciocchè ec.

406. *Scolio*. Nelle oſſervazioni, che ſi fanno sulla quantità dell' acqua, che dal Cielo cade in un anno, non ſi tiene, nè ſi può tener conto, se non dell' acqua, che cade nei luoghi abitati o in forma di pioggia, o in forma di neve, o in forma di grandine, o anche di brina. Ma oltre queſta quantità avvene un' altra molto notabile, che non può cadere sotto le oſſervazioni. Tale ſi è l' acqua, che bene speſſe volte piove senza eſſer punto oſſervata sulle cime delle alte montagne, dove i venti sollevano gran quantità di vapori, che poscia condensati ricadono in pioggia, ſiccome avvertì già il Sig. Halley, e dopo di eſſo il Sig. Jurin nella sua appendice alla Geografia del Varenio. Tale ſi è anche la nebbia, che sì speſſe volte cuopre le montagne, e ſi ferma sopra di eſſe per giorni,

e mesi interi, quantunque altrove l'aria sia perfettamente serena. Il Sig. Halley, stando nell' Isola di S. Elena in tempo di notte sopra di un monte non molto elevato, osservò tal copia di vapori, che in 7, o 8 minuti rimasero appannati i vetri dei telescopj, dei quali esso si serviva nelle sue osservazioni Astronomiche, e inzuppate le carte, su cui le scriveva. Tale si è anche la ruggiada.

PROBLEMA IV.

Ritrovare, se la pioggia, che in un anno cade nel distretto, che dalle sue sorgenti fino al ponte rosso di Parigi bagna la Senna, sia sufficiente al mantenimento dell' acqua, che quella porta al ponte rosso di Parigi.

407. IL distretto, che la Senna dalle sue sorgenti fino al ponte rosso di Parigi bagna, si è di 27000 miglia quadrate (381.), ossia di 27000. 3600000000 pollici quadrati. Ora la quantità della pioggia, che cade in un anno nella Città di Parigi, è di 20 pollici (405.). Si supponga, che la pioggia, che cade in un anno in quel distretto, arrivi dappertutto soltanto all' altezza di 20 pollici, quantunque debba esser maggiore verso i luoghi montuosi. Si troverà la quantità della pioggia, che vi cade dal Cielo in un anno = 27000. 3600000000. 20

pollici cubici $= \frac{27000 \cdot 3600000000 \cdot 20}{1728} =$ 1125000000000 piedi cubici. Si confronti finalmente quest' ultima quantità colla quantità dell' acqua, che porta in un anno la Senna al ponte rosso di Parigi (381.). Si troverà la prima quasi otto volte maggiore della seconda. Ciocchè ec.

408. *Scolio*. Il Sig. de la Hire paragonando negli Atti dell' Accademia Reale di Parigi all'anno 1710 le sue osservazioni con quelle del Marchese di Pont-Briand fatte nel suo Castello poco discosto dal mare in vicinanza di S. Malò, e con altre di Lione, e di Zurigo, ne ricava, che nei luoghi prossimi al mare piove più, che a Parigi, e molto più in quegli altri situati vicino ai monti, o fra gli stessi monti. Da ciò ne siegue, che andando dal mare alle montagne per una lunga pianura avvi un sito di mezzo, dove, fatto il calcolo di parecchi anni, cade la minima copia di pioggia, se questa si paragona con quella, che cade negli altri luoghi più vicini al mare, o alle montagne, ed uno di questi luoghi si è Parigi.

PROBLEMA V.

Ritrovare appresso a poco, se le pioggie, che cadono dall'atmosfera sulla superficie asciutta della Terra, sieno sufficienti al mantenimento di tutti i fiumi.

409. LA quantità della pioggia non è in tutte le regioni della Terra la ſteſſa. Vi sono dei paeſi, dove le pioggie sono scarse, e degli altri, dove sono copioſe. Se noi ſiccome abbiamo riferiti tutti i fiumi della Terra all' acqua, che porta la Senna al ponte roſſo di Parigi, così anche riferiamo la pioggia, che cade in un anno su tutta la superficie asciutta della Terra a quella, che nello ſteſſo tempo cade nel diſtretto, che bagna la Senna dalle sue sorgenti ſino al ponte roſſo di Parigi (nel che pare, che non vi poſſa eſſere un errore molto grande), ſi troverà la quantità della pioggia, che cade in un anno su tutta la superficie asciutta della Terra

$$= \frac{2 \,.\, 193492440 \,.\, 3600000000 \,.\, 20}{5 \,.\, 1728 \,.\, 125000000000} =$$

28432 miglia cubiche in circa. Si confronti queſta quantità con quella, che in un anno portano al mare tutti i fiumi (383.) della Terra: ſi troverà la prima sette e più volte maggiore dell' altra. Ciocchè ec.

410. *Coroll.* Se dalla quantità dei vapori condensati sulla superficie asciutta della Terra (148.) ſi leverà la quantità della pioggia, che cade in un anno sulla ſteſſa superficie (409.), ſi troverà appreſſo a poco, quanto reſti per le altre acque, delle quali non ſi tiene, nè ſi può tener conto nelle oſſervazioni.

LIBRO IV.

DELLA MISURA DELLE ACQUE ZAMPILLANTI.

CAPO I.

Della Livellazione Idrostatica.

411. LA *livellazione* è un' operazione, che si fa affine di conoscere, se, e di quanto un luogo sia più alto di un altro. Un luogo chiamasi più *alto* di un altro, quando la sua distanza dal centro della Terra è maggiore. Se due luoghi hanno la stessa distanza, si dicono allora *posti a vero livello*. Quindi s' intende, che cosa sia la *linea del vero livello*, la quale chiamasi anche *orizzontale vera*. Ella si è una linea, che ha tutti i suoi punti egualmente distanti dal centro della Terra, ossia posti a vero livello. Tale si è una linea parallela alla suprema superficie di un fluido stagnante, essendo ciascun punto di

questa egualmente lontano dal centro della Terra, siccome c' insegna l' Idrostatica. Però, essendo la figura della Terra sensibilmente sferica, la linea del vero livello deve essere un arco di un cerchio concentrico alla Terra.

412. Ma perchè si chiama del vero livello? Per distinguerla da quella, i punti della quale, quantunque non abbiano la stessa distanza dal centro della Terra, appajono però ai nostri occhi posti alla stessa; e che perciò si nomina *linea del livello apparente*, oppure anche *linea orizzontale apparente*. Sia AB (fig. 5.) un' asta perpendicolarmente fissata sulla superficie della Terra, il centro della quale sia T, e si miri nell' oggetto lontano R col mezzo di un cannocchiale posto in cima di quella ad angolo retto. Egli è chiaro, che la linea AR della mira non si può prendere per quella del vero livello del punto A. Sebbene tutti gli altri suoi punti sembrano ai nostri occhi avere la stessa distanza, che il punto A, dal centro della Terra, non l' hanno però in realtà, siccome facilmente si vedrà, se preso nella linea AR un punto qualunque P, vi si tirerà dal centro T della Terra la retta TP, essendo nel triangolo, che ne risulta, il lato TP opposto all' angolo retto TAP maggiore di TA opposto all' angolo acuto APT. Perciò la linea AR della mira non è la linea del vero livello; ma bensì dell' apparente del punto A.

413. Facilmente s' intende,

I. Che la linea del vero livello del punto A si è il cerchio MAN descritto col raggio TA.

II. Che la linea del livello apparente del punto A si è una retta, che tocca la linea del vero in quel punto. Però essa è nel punto del contatto perpendicolare alla direzione TA del raggio della Terra.

III. Che i punti della linea del livello apparente van sempre alzandosi sopra la linea del vero, a misura ch'essi si allontanano dal punto A del contatto. Imperocchè, condotte dal centro T le rette TP, TR ai punti P, R della linea AR dell'apparente livello, poichè l'angolo TPA del triangolo rettangolo AP è acuto, deve l'angolo TPR esser ottuso; e perciò il lato TR opposto nel triangolo PTR al maggior angolo TPR dev' esser maggiore di TP opposto al minor angolo TRP; e quindi finalmente, levate le parti eguali T*c*, T*o*, deve R*o* esser maggiore di P*c*.

IV. Che s' inganna gravemente, chi nella condotta delle acque prende il livello apparente in vece del vero, essendo egli chiaro, che l'acqua non può dal punto A portarsi all' altro punto R più elevato, quantunque possa da R in A discendere.

414. Se da un dato luogo ad un altro si potesse tirare un canale di acqua, e ridur questa ad essere stagnante, facilmente si conoscerebbe, se essi, e gli adjacenti sono posti a vero livello,

oppure qual di loro sia più alto, e di quanto, ricercando la differenza delle loro elevazioni sulla superficie dell'acqua stagnante. Quando la differenza fosse nulla, sarebbe segno, che i suddetti luoghi sono posti a vero livello (411.). Ma non essendo questa maniera di livellare praticabile principalmente nei gran tratti sono stati inventati degli istrumenti, che, poichè ci danno la linea del vero livello, si chiamano *livelle*.

415. Vi son varie specie di sì fatti istrumenti, che si possono, se si vuole, vedere appresso il Sig. Piccart nel suo *Trattato della livellazione*, Couplet negli *Atti dell' Accademia delle Scienze di Parigi* all' anno 1699, Leupold nella quarta parte del suo *Teatro Statico-Universale* ec. Io qui parlo soltanto della livella ad acqua colorata, ch' è molto in uso principalmente nelle piccole livellazioni, e che ha il suo fondamento nell' Idrostatica. Le parti, che la compongono (fig. 6.), sono i due tubi *a*CFG, *b*DEH di latta, che comunicano tra loro mediante il terzo *a*AB*b*, a cui sono essi saldati ad angolo retto: i due altri tubi CMMF, DNNE di cristallo, che sono attaccati col mezzo della cera, o del mastice all' estremità CF, DE dei primi due: il tubo piccol finalmente di latta OP, che nel mezzo del tubo *a*AB*b* sporge al di sotto, e che riceve dentro di se l'asta, per cui si pianta in terra l' istrumento. La lunghezza del tubo *a*AB*b* è di 5 piedi,

quella di ciascun dei due *a*CFG, *b*DEH è di due pollici, quella di ciascun degli altri CMMF, DNNE è di tre pollici parigini, il diametro di tutti è di un pollice, e più. Si fissa in terra immobilmente l'istrumento, e vi s'infonde dell'acqua colorata col zafferano, o carmino, oppure, per isbrigarsi più presto, del vino, finchè restino in gran parte pieni i due tubi di cristallo.

416. Quest'acqua, allorchè diviene stagnante, ha le sue supreme superficie *mm*, *nn* nello stesso piano del vero livello, siccome c'insegna l'Idrostatica. Si tinge l'acqua per meglio discernere la sua superficie. Non è necessario, che l'asta sia esattamente perpendicolare all'orizzonte, nè che il tubo *a*AB*b* sia esattamente orizzontale, nè per fine, che i tubi *a*MMG, *b*NNH sieno esattamente verticali, mettendosi i fluidi in ogni sorta di tubi comunicanti a livello, allorchè sono stagnanti. Ciocchè sommamente importa d'osservare attentamente, si è, se il tubo *a*AB*b* sia pienò di acqua; il che si conoscerà, inclinando la macchina, e turandone la sua apertura inferiore. Se mai qualche bolla d'aria ne interromperà nel tubo di mezzo la continuità dell'acqua, dovrà essa in vigore della sua minore gravità specifica sollevarsi per l'acqua, e sortirne per l'altra apertura.

417. La linea del livello, che danno gli istrumenti, è della sola loro lunghezza. Ma negli

ufi ordinarj della vita umana succede quafi sempre di doverla prolungare. Come dunque? Ciascun vede, ch'effa fi può prolungare in due maniere, o congiungendo infieme varie livelle, oppure prendendo la mira per le due eftremità *m*, *n* della linea orizzontale *mn*, che ci dà la livella. La prima maniera, oltre il gran numero delle livelle, che richiede principalmente nelle grandi livellazioni, oltre l'incomodo di seco portarle, oltre finalmente il perdimento del tempo nel congiungerle, è sottopofta in pratica ad errori quafi indispensabili. La più ficura, e comoda fi è la seconda, e fi fa in quefto modo. Sia MN la linea (fig. 7.), che ci dà l'iftrumento. Meffo l'occhio in M fi prenda la mira per N, e fi offervi, dove il raggio visuale MN va a terminare nell'oggetto lontano OB, per esempio, in T. La linea MN del livello sarà prolungata fino in T. La mira fi suole anche prendere radendo col raggio visuale efteriormente i tubi di criftallo nei due punti, che giacciono nello fteffo piano orizzontale colle superficie del fluido rinchiuso. Ma per prenderla più facilmente, e ficuramente bisogna far uso delle *diottre*, offia dei traguardi. Quefti confiftono in due piccoliffimi fori circolari scolpiti in due laftre sottili di metallo adattate efteriormente ai due tubi di criftallo in modo, che i centri dei fori, reftando egualmente diftanti dalle superficie del fluido, fieno nella fteffa linea orizzontale. Si

può anche scolpire in ciascuna delle due lastre sottili, ed eguali un foro più grande quadrato. Ma in questo caso bisogna a ciascun foro applicare due fili di seta nera, i quali a guisa di due diagonali s'incrocicchino nel mezzo. In luogo delle diottre si sogliono adoperare con miglior effetto principalmente nelle grandi livellazioni i cannocchiali.

418. Ma quello, che importa d'avvertire, si è, che, quantunque la linea MN del livello mediante la mira sia prolungata fino in T, i punti però della linea NT non sono nella linea del vero livello dei punti M, N, ma soltanto dell'apparente. Bisogna adunque ridurre al vero livello dei punti M, N il punto T dell'oggetto, dove termina la linea della mira, ossia del livello apparente; ed ecco in qual modo.

PROBLEMA I.

Ridurre al vero livello un dato punto del livello apparente.

419. Sia dato il punto D del livello apparente (fig. 5.). Per ridurlo al vero livello si cerchi sul principio la distanza DB del dato punto D dal punto B, dove il livello apparente tocca il vero, se mai essa non fosse data, e si ponga di 300 piedi parigini, ossia di 43200 linee. Si cerchi poscia la elevazione del punto D sopra il punto d del vero livello. Sarà questa $= Dd$.

Ma essendo, siccome si dimostra in Geometria, il quadrato della tangente DB eguale al rettangolo compreso sotto tutta la secante SD, e sotto la parte D*d*, ossia, essendo $DB^2 = SD.Dd$, deve anch' essere $Dd = \frac{DB^2}{SD} = \frac{DB^2}{Sd}$, giacchè si può senza error sensibile porre $SD = Sd$ per essere D*d* una quantità insensibile rispetto al diametro S*d* della Terra. Però, posto il diametro della Terra di 39231564 piedi, ossia di 5644345216 linee parigine secondo la misura del Sig. Piccart, si avrà l'elevazione del punto D del livello apparente sopra il punto *d* del vero livello, ossia $Dd = \frac{43200 . 43200}{5644345216} =$ $\frac{1}{3}$ di una linea, in circa, siccome ha ritrovato ancora il suddetto Piccart. Nello stesso modo si ritroverà, che, quando le distanze del punto D del livello apparente dal punto B del contatto colla linea del vero livello sono di 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 550, 600 ec. tese, allora la sua elevazione su la linea del vero livello è di linee $1\frac{1}{3}$, 3, $5\frac{1}{3}$, $8\frac{1}{3}$, 12, $16\frac{1}{3}$, $21\frac{1}{3}$, 27, 33, 42, 48 ec. Si abbassi finalmente di un terzo di una linea il punto D. Egli è chiaro, che sarà esso ridotto al luogo di *d*, che stà col punto B nella stessa linea del vero livello. Ciocchè ec.

420. *Scolio*. Si vede, che, quando la distanza del punto D del livello apparente dal

punto B del contatto è di soli 300 piedi, ossia di sole 50 tese, esso si alza sì poco sopra del vero livello, che si può considerare come sensibilmente posto nel vero livello col punto B, non essendo la sua elevazione, siccome abbiam ritrovato, se non di un terzo di una linea. Ond'è, che nelle distanze, che non eccedono 50 tese, non è necessaria la riduzione dell'apparente al vero livello.

PROBLEMA II.

Data l'elevazione dell'occhio sopra la superficie del mare, determinare il tratto di questa, che può esser visto dall'occhio.

421. Si ponga un uomo alla riva del mare, mentre questo si trova in calma. Essendo l'altezza ordinaria di un uomo di 5 piedi parigini, si può porre l'elevazione del di lui occhio di 5 piedi. Ora poichè tutti i punti della superficie di un fluido stagnante si ritrovano nel piano del vero livello, può l'arco Q B d rappresentare la superficie del mare, e la retta d D, ch'è perpendicolare a quest'arco, l'altezza dell'occhio su di quella. Si tiri adunque dal punto D, dove si suppon l'occhio, la tangente DB. Sarà il termine della vista nel punto B; e perciò il tratto della superficie del mare, il quale può

esser visto dall' occhio posto in D, dev' esser DB. Quindi, poichè $Dd = \frac{DB}{SD}$ (419.), dev' esser $DB = \sqrt{(SD \cdot Dd)} = \sqrt{((39231564 + 5) \cdot 5)} = 14006$ piedi parigini in circa. Ciocchè ec.

422. *Scolio*. Ma qui si deve notare, che il punto B, dove termina la visuale DB, ha da ritrovarsi sulla superficie del mare. Imperocchè se si ritrovasse su di qualche oggetto eminente, per esempio, su di un vascello, su di uno scoglio ec., la soluzione data non avrebbe luogo.

423. *Coroll.* Poichè crescendo il valore di D*d* cresce anche il valore di DB nell' equazione superiore, deve, a misura che cresce la elevazione dell' occhio sopra la superficie del mare, crescere anche l' estensione DB della vista.

PROBLEMA III.

Livellare due dati luoghi.

424. Sieno dati (fig. 7.) i luoghi R, D da livellarsi. Si pianti in R perpendicolarmente l' asta FR, osservando attentamente coll' archipenzolo, se, messa in V l' estremità del filo, il piombo tocchi l' asta FR. Qui fa d' uopo, che, chi pianta l' asta, abbia una tavola bianca di sufficiente grandezza, in cui vi sieno tirate con dell'

inchiostro carico due larghe linee una orizzontale, e l'altra verticale, cosicchè si taglino nel mezzo ad angolo retto. Questa tavola dev'essere infilzata nell'asta in guisa tale, che si possa secondo il bisogno alzare, e abbassare, restando sempre la linea orizzontale perpendicolare all'asta, ossia coincidendo sempre la linea verticale colla posizione dell'asta. Indi, presa la distanza R A di 100 piedi, si fissi in A immobilmente la livella, e, presa parimente la distanza A B di altri 100 piedi, si fissi anche in B perpendicolarmente un'altr'asta O B. Si prenda ora per li punti N, M della livella la mira, e quando il raggio visuale cade nel puuto V della tavola, ove le due linee nere si tagliano ad angolo retto, se ne avverta con un segno il Compagno dell'operazione, affinchè la fermi. Questi misuri poscia la distanza del punto V dell'asta dal punto R della terra, dove stà l'asta fissata, e si ponga questa distanza V R di 11 piedi, 9 pollici, 10 linee. Presa similmente la mira per li punti M, N della livella, e trovato, come sopra, il punto T dell'asta O B, dove termina l'orizzontale M N prolungata, si misuri la distanza T B, e sia questa di 3 piedi, 10 pollici, 9 linee. Qui sopra un pezzo di carta distinto in tre colonne si deve scrivere, siccome si vede nella Tavola sottoposta, nella 1.ª colonna, che ha per titolo *Stazioni* A 1., che significa prima stazione fatta in A; poscia nella 2.ª, che porta il nome di *sinistra*, si

deve scrivere la distanza del punto V dell'asta sinistra FR dal punto R, ossia 11 piedi, 9 pollici, 10 linee; finalmente nella terza, che ha il nome di *destra*, si deve metter la distanza del punto T dell'asta destra OB dal punto B della terra, ossia piedi 3, pollici 10, linee 9.

Fatta questa prima operazione si deve levar la livella, e l'asta FR, lasciando però a suo luogo l'altr'asta OB. Si prenda di nuovo la distanza BQ di 100 piedi, e si fissi in Q la livella, e, presa anche la distanza QD di 100 piedi, si pianti in D perpendicolarmente l'asta ED. Si cerchino inoltre i punti S, C delle aste OB, ED, dove cadono le orizzontali NMS, MNC prolungate, e le loro distanze dai punti B, D, e sia SB di 8 piedi, 6 pollici, 4 linee, e CD di 2 piedi, 3 pollici, 4 linee. Si scrivano finalmente nella colonna delle stazioni Q 2, nella sinistra 8 piedi, 6 pollici, 4 linee, e nella destra 2 piedi, 3 pollici, 4 linee. Se il punto dato D fosse molto più lontano, bisognerebbe continuar sempre nello stesso modo l'operazione, finchè si arrivasse in D, facendo colla livella tante stazioni, quante ne ricerca il bisogno.

Stazioni		Sinistra			Destra		
		Piedi,	Pollici,	linee	Piedi,	Pollici,	linee
A	1	11	9	10	3	10	9
Q	2	8	6	4	2	3	4
Somma		20	4	2	6	2	1.

Ora

Ora si faccia la somma dei numeri delle due colonne sinistra, e destra. Se le due somme saranno eguali, sarà segno, che i due dati luoghi R, D sono posti nello stesso vero livello: se disuguali, come nel nostro caso, fatta la sottrazione della minor somma dalla maggiore, il residuo, ch'è di 14 piedi, 2 pollici, 1 linea, indicherà, quanto il punto D è più alto dell' altro R. Infatti poichè la retta MV è minore di 50 tese per ipotesi, tutti i suoi punti si posson considerare insieme ai punti della retta MN come posti nella stessa linea del vero livello. Per la stessa ragione anche tutti i punti della retta NT insieme ai punti dell'altra MN si posson riguardare come situati nella stessa linea del vero livello. Però la linea VT è un arco di un cerchio concentrico alla Terra (411.), due raggi del quale sono le verticali VR, TB prolungate fino al centro della stessa. Se da questo centro si descriverà un altro arco, che passi per il punto B, e che taglj la retta VR in *b*, si troverà il punto B più alto, che il punto R, della differenza delle due altezze BT, RV, vale a dire di 7 piedi, 11 pollici, 1 linea. Nello stesso modo dimostrerò, che il punto D è più alto, che B, di 6 piedi, 3 pollici. Però il punto D dev'esser più alto, che R, di 14 piedi, 4 pollici, 2 linee. Ciocchè ec.

425. *Scolio*. Ma qui due cose si debbon avvertire. La 1.ª si è, che, non essendovi nella

Geometrìa pratica operazione più difficile della livellazione, per accertarsi dell'esattezza di questa bisogna replicare l'operazione, dal punto D discendendo verso R. Se i posteriori risultati corrisponderanno ai primi, sarà segno, che la livellazione è stata ben fatta. L'altra si è, che, quando nella livellazione si fa uso della livella ad acqua, siccome noi abbiamo fatto, non vi può aver luogo la riduzione del livello apparente al vero; nel che si è ingannato gravemente il Sig. Wolfio, dove parla della livellazione nella sua Meccanica. Imperocchè, non dovendo mai in questa specie di livellazione le distanze RA, AB, BQ, QD esser maggiori di 100 piedi, i punti V, e T, S, e C si trovano nelle loro respettive linee VT, SC del vero livello giusta ciò, che abbiam detto nel fine del III. Problema.

426. *Coroll.* Quindi se si scaverà il terreno in D fino alla profondità di 14 piedi, 4 pollici, 2 linee, si arriverà a quel punto, che stà con R nello stesso vero livello.

427. *Scolio*. Gl'istrumenti i più esatti, e spediti, che si possono adoperare nella livellazione, sono senza dubbio quei, che sono guerniti di cannocchiali, e massimamente quei dei Sigg. Huygens, e Piccart, che sono stati i primi non solamente a fare uso dei cannocchiali nelle livellazioni, ma eziandio a fissare la linea della mira, mediante l'intersecazione di due sottilissimi fili posti nel foco dell'oggettivo, e un piccol foro

aperto nel mezzo di una lastra, che cuopre l'oculare. Nel resto „ non debbo lasciare per ultimo di avvertire, che ne' livelli sforniti di cannocchiale sebbene comunemente suol rigettarsi quello, per cui senza mire si traguarda alla superficie dell'acqua in due tubi di cristallo fra loro comunicanti, col motivo, che quel poco di elevazione, ch'essa soffre presso le pareti de'tubi, renda incerto il traguardo, e mal sicura l'orizzontale; nulladimeno l'esperienza ha mostrato, che ove s'adoperi acqua tinta di color rosso ben carico in tubi di cristallo ben chiaro senza vene, o bolle, e ove si tenga l'occhio in tal distanza dal livello, e in tal positura, che la visuale tocchi alternamente l'uno, e l'altro tubo, e si vegga l'una, e l'altra superficie con quella maggior distinzione, ch'è possibile avere nella loro ineguale distanza dall'occhio, si accerta assai bene la positura dello scopo, tutta volta, che la guardatura sia piccola, come di 10 pertiche in circa, e non più. Per altro questo metodo è speditissimo, non essendo sì tosto piantato il livello, che la linea del traguardo è orizzontale; il che ricompensa colla brevità del tempo il maggior numero delle stazioni, che convien fare. Io posso accertare, che rifattasi per tal maniera dal Sig. Ercole Buonaccorsi la maggior parte delle livellazioni . . . . (che per l'affare della diversione de' fiumi di Ravenna avea già l'anno 1731 fatte il Sig. Bernardino Zendrini per traversi dove quat-

tro, dove sei, dove più miglia) tornarono sempre senza divario maggiore di mezz' oncia; anzi livellatosi nello stesso modo dal Sig. Giulio Cassani l' anno 1725 un tratto di oltre 40 miglia del nostro Reno alla spiaggia del mare con più di 200 positure di livello, non si trovarono, che pochissime once di divario da ciò, che per livellazioni, fatte la maggior parte con acqua stagnante, si sapeva doversi trovar di caduta fra que' due termini ". Manfredi nell' Annotazione IV. al Capo XI. della *Natura de' Fiumi* del Sig. Domenico Guglielmini.

C A P O II.

Della condotta delle acque, degl' impedimenti, che queste incontrano dentro i condotti, e della grossezza da darsi alle pareti di questi, affinchè possan reggere alla pressione dell' acqua.

428. QUando si tratta di condur l' acqua da un luogo ad un altro, bisogna sul principio, mediante un' esatta livellazione, determinare, se, e di quanto il luogo, da cui essa devesi derivare, sia più alto dell' altro. Se fosse più basso, la condotta dell' acqua per forza del suo peso sarebbe affatto impossibile. Imperocchè l' acqua non sale, se non in vigore della velocità, che

la gravità le ha impreſſa nella sua discesa. Ora queſta velocità è precisamente tanta, quanta se ne ricerca, tolti di mezzo tutti gl'impedimenti, per salire alla ſtess'altezza, da dove l'acqua è caduta. In pratica per gl'impedimenti, che l'acqua neceſſariamente incontra nel suo cammino sì dalla parte del fondo, come anche dei lati del condotto, il luogo di derivazione dev'eſſer più alto del luogo, dove ſi ha da condur l'acqua. Ma di quanto? Di tanto cioè, quanto ſi ricerca per dare al condotto tal pendenza, che l'acqua scorrendovi dentro, superati tutti gli oſtacoli, poſſa giungere comodamente al suo deſtino. Qual ſia poi la precisa quantità del pendío da darſi al condotto, è difficile, per non dire impoſſibile, a determinarſi esattamente, dipendendo la soluzione di queſto Problema dalla natura, e quantità degl'impedimenti, che ſi oppongono al libero corso dell'acqua, e dal corpo di queſta. Nel reſto, quando l'acqua scorre a rivoli in canali grandi, sogliono gli Architetti dare al condotto due pollici di pendenza ad ogni 100 tese. Queſto pendío deveſi accrescere, allorchè l'acqua ha da scorrere rinchiusa ne'tubi, e molto più, se queſti sono ſtretti, se formano angoli, se finalmente nelle salite, e discese variamente s'incurvano.

429. Ma qual male ne risulta mai, dirà taluno, se ſi dà maggior pendío al condotto per fare andare l'acqua più velocemente al suo de-

ſtino? Quando l'ecceſſo, rispondo, dell'altezza del luogo, da cui ſi deriva l'acqua, sopra quella dell'altro, a cui ſi conduce, soprabbonda al disegno, se ſi dà troppo pendío, allora l'acqua, che corre con troppo impeto, danneggia i canali maſſimamente nelle ſinuoſità, somminiſtra anche una bevanda impura, e malsana. Quindi è, che gli Antichi Romani, ſiccome pretendono alcuni, per rompere la forza dell'acqua corrente han tirati molte volte gli acquidotti con delle frequenti obbliquità, sebbene aveſſero eſſi potuto tirarli fino alla città in linea retta. Ma quando l'eccesſo non soprabbonda, se non ſi riſtringe dentro certi limiti il pendío, può allora succedere, che l'impresa o non riesca affatto, oppure con poca soddisfazione. Se ſi ha da derivar l'acqua per somminiſtrarla al di sopra del pian terreno de' quartieri più elevati della Città, il serbatojo, dov'eſſa ſi unisce prima, e da dove poscia parte per differenti tubi al suo deſtino, dev'eſſer piu alto, che può. Ora se ſi aumenta il pendío del condotto, ſi scema l'altezza del serbatojo. Laonde può succedere, che per aver dato troppo pendío al condotto reſti troppo baſſo il serbatojo, e che l'acqua non poſſa più giungere ai quartieri eminenti della Città. Parimente se ſi ha da condur l'acqua per farla zampillare in un giardino, o in una città, dato troppo pendío al condotto, ſi scema l'altezza del serbatojo, dove l'acqua prima ſi raccoglie, e quindi anche quella del getto.

430. Fatta la livellazione, se il luogo di derivazione ha la neceſſaria elevazione sopra l'altro, dove l'acqua dev'eſſer condotta, per farvi paſſar l'acqua non altro ſi ricerca, che fare il condotto, e dargli la debita pendenza. Il condotto ſi fa ordinariamente con tubi talmente uniti fra loro, che non può trapellare l'acqua, che dentro vi scorre, per le commeſſure; e queſti sono o di piombo, o di ferro, o di pietra, o di argilla cotta, o finalmente di legno. I migliori di tutti sono senza dubbio quei di piombo, potendoſi mediante la loro fleſſibilità addolcire a noſtro piacere le ſinuoſità del condotto. In campagna non ſi adoperano tubi di piombo, eſſendo queſti troppo diſpendioſi; e perciò espoſti ad essere rubati. Quando ai tubi di legno, o di pietra ſi han da dare dei gomiti, ſiccome più volte richiede la natura del luogo, bisogna servirſi dei tubi di piombo, che ſi uniscono agli altri per mezzo di labbri, e di briglie. Il condotto parte da un gran ricettacolo, oſſia da una gran conserva, dove ſi raccoglie prima l'acqua, che manda la sorgente, e deve avere in eſſa ſituata talmente la sua bocca, che ſtia al di sotto dell'acqua contenuta anche nei meſi più asciutti dell'anno. Quali ſieno poi le regole pratiche sì per raccogliere l'acqua della sorgente, come anche per fare la conserva, e il condotto, principalmente quando queſto incontra dei valloni, e delle montagne, ſi può vedere nei libri di Architettura Idraulica.

431. L'acqua, mentre si muove dentro i tubi, dai quali è composto il condotto, incontra tre principali impedimenti. Il primo di questi si è lo sfregamento dell'acqua contro le pareti del condotto, che scema notabilmente il moto dell' acqua corrente, allorchè il condotto è lungo. Il Sig. Bossut ha osservato, che, quando un tubo rettilineo, ed orizzontale di 16 linee di diametro ha la lunghezza di 30, 60, 90, 120, 150, 180 piedi, la quantità dell'acqua, che somministra in un minuto posta la distanza del suo asse dal livello dell'acqua nella conserva un piede, non è, se non di 2778, 1957, 1587, 1351, 1178, 1052, posta poi la stessa due piedi non è, se non di 4066, 2888, 2352, 2011, 1762, 1383 pollici cubici. Ora la quantità dell'acqua, che manderebbe lo stesso tubo nello stesso tempo, se l'acqua nel suo corso non patisse veruno sfregamento, sarebbe nel 1.° caso di 6330, e nell' altro di 8939, essendo questa la quantità dell' acqua, che sotto quelle due altezze della conserva sorte a bocca piena da un piccol tubo di 16 linee di diametro in un minuto. Questa resistenza diventa anche, *caeteris paribus*, tanto più grande, quanto più stretto si è il condotto, per cui scorre l'acqua, siccome si vedrà nel Capo, che siegue.

432. L'altro impedimento proviene dagli angoli rettilinei, che comprendono i tubi componenti il condotto. Notissimo si è il caso successo già nel giardino di Herenhausen nel Ducato

di Hannover, allorchè i tubi sono ſtati uniti sotto terra quaſi ad angolo retto. I getti sono ſtati di soli 10 piedi, quantunque l'altezza calcolata foſſe di 100. Si scema queſta reſiſtenza, se ſi raddolciscono gli angoli, oſſia se s' incurvino i tubi, e ſi diſtribuisca la lor curvatura in uno spazio ben grande. Se ſi poteſſe dare ai tubi di condotta una curvatura esatta, coſicchè ciascun degli angoli, che formano i due lati contigui, ſi accoſtaſſe infinitamente a 180 gradi, eſſa non iscemerebbe punto la velocità dell' acqua corrente, non perdendo un corpo, che ſi move in sì fatta curva in un tempo finito, niſſun grado senſibile di velocità, ſiccome ſi dimoſtra in Meccanica. Ma non oſtante tutta la diligenza, che ſi mette nel bene addolcire gli angoli, non mai ſi può arrivare a dar loro una curvatura perfetta. Quindi è, che in tutte le ſinuoſità, che prende il condotto, l'acqua, che vi scorre, perde sempre una parte senſibile della sua velocità. Le sperienze fatte dal Sig. Ab. Boſſut dimoſtrano, che le ſinuoſità orizzontali del condotto scemano meno, *caeteris paribus*, la velocità dell'acqua corrente, che le verticali.

433. L' ultimo impedimento, che ſi oppone al moto dell'acqua, principalmente quando i tubi di condotta s' incurvano variamente nelle salite, e nelle discese, ſi è l'aria rinchiusa, che ſi sprigiona dalla ſteſs' acqua, e che ſi accumula nei gomiti più rilevati. Eſſa, quand' è accumulata in

gran quantità, fa in vigore della sua elasticità tanto sforzo per espandersi, che rallenta, e molte volte estingue intieramente la velocità dell'acqua corrente. Si rimedia a questo male, collocando di tratto in tratto, e nei gomiti più eminenti del condotto gli *sfiatatoj* per dare all'aria rinchiusa la facoltà di scappar fuori. Gli sfiatatoj sono piccoli tubi verticali, innestati sul condotto, appoggiati ad un albero, o ad una pertica, o ad un muro, e innalzati più insù della superficie dell'acqua per qualche piede. Essi si lasciano sempre aperti colla precauzione però d'incurvare all'ingiù la loro cima, affinchè non vi cadano dentro immondezze. Si fanno anche in altre guise. Alcune volte si salda sul condotto un tubo verticale alto 4, o 5 pollici chiuso da una valvola caricata di piombo, in modo che faccia equilibrio colla pressione dell'acqua corrente; così il tubo non può essere aperto, se non dallo sforzo dell'aria interiormente condensata. Si può in luogo della valvola mettere all'estremità del tubo una chiave d'aprirsi nel caso di dar'esito all'aria rinchiusa.

434. Il Sig. Ab. Bossut parte colle sue sperienze, parte con quelle già state fatte dal Sig. Couplet su i condotti di Versaglies ha stesa la Tavola, che siegue, dei rapporti delle quantità effettive dell'acqua, che mandano i condotti secondo le loro differenti lunghezze, e sinuosità, alle quantità dell'acqua, che gli stessi avrebbero mandate, se l'acqua nel suo corso non avesse

sofferta veruna resistenza dalla parte degli sfregamenti, e delle sinuosità. La cognizione di questi rapporti è sommamente utile non solo per formarsi nella pratica un' idea sufficiente della perdita della velocità, che soffre l' acqua nei condotti, ma eziandio per ritrovare il diametro da darsi ad un condotto respettivamente alla sua lunghezza, e sinuosità, alla quantità dell'acqua, che deve condurre, e all'altezza finalmente dell'acqua nella conserva. Nella Tavola si prende per lunghezza del condotto tutta quella, che questo avrebbe, se le sue sinuosità fossero sviluppate, e disposte per lungo; onde la lunghezza del condotto comprende anche tutte le sue sinuosità. Per brevità chiamo A l'altezza dell'acqua nella conserva sopra l' asse del condotto, e R il rapporto della dispensa effettiva alla dispensa spogliata dalla resistenza. Ecco la Tavola.

Condotto di piombo rettilineo, ed orizzontale di 1 pollice di diametro, e di 50 piedi di lunghezza.

A 4 pollici. R $\frac{1}{3,63}$.
A 1 piede. R $\frac{1}{3,18}$.

Lo stesso condotto con molte sinuosità orizzontali.

A 4 pollici. R $\frac{1}{3,78}$.
A 1 piede. R $\frac{1}{3,43}$.

Lo stesso condotto colle stesse sinuosità, poste verticalmente.

A 4 pollici. R $\frac{1}{3,93}$.
A 1 piede. R $\frac{1}{3,44}$.

Condotto di latta, rettilineo, ed orizzontale di 16 linee di diametro, e di 180 piedi di lunghezza.

A 1 piede. R $\frac{1}{6,01}$.

A 2 piedi. R $\frac{1}{5,64}$.

Condotto di latta rettilineo, ed orizzontale di 2 pollici di diametro, e di 180 piedi di lunghezza.

A 1 piede. R $\frac{1}{4,57}$.

A 2 piedi. R $\frac{1}{4,27}$.

Condotto di latta rettilineo di 16 linee di diametro, di 177 piedi di lunghezza, e col pendío di $\frac{241}{2124}$ della sua lunghezza.

A 20 piedi, 11 pollici. R $\frac{1}{5}$.

Lo ſteſſo, ma colla sola lunghezza di 118 piedi.

A 13 piedi, 4 poll., 8 lin. R $\frac{1}{4}$.

Lo ſteſſo, ma colla sola lunghezza di 59 piedi.

A 6 piedi, 8 poll. 4 lin. R $\frac{1}{2,82}$.

Condotto quaſi intieramente di ferro di 4 pollici di diametro, di 297 tese di lunghezza in circa con molte ſinuoſità sì orizzontali come verticali.

A 9 pollici. R $\frac{1}{28,5}$.

A 1 piede, 9 pollici. R $\frac{1}{26,53}$.

A 2 piedi, 7 pollici. R $\frac{1}{25,79}$.

Condotto quaſi intieramente di ferro di 6 poll. di diametro, e della lunghezza di 285 tese con molte ſinuoſità orizzontali e verticali.

A 3 piedi. R $\frac{1}{11,15}$.

A 5 poll. 3 linee. R $\frac{1}{11,17}$.

Condotto parte di pietra, parte di piombo di 5 pollici di diametro, di 1170 tese di lunghezza con molte sinuosità orizzontali, e verticali.

A 5 pollici, 7 lin. R $\frac{1}{23,10}$.

A 11 pollici, 4 lin. R $\frac{1}{20,98}$.

A 1 piede, 4 poll., 9 lin. R $\frac{1}{19,40}$.

A 1 piede, 9 poll., 1 lin. R $\frac{1}{18,78}$.

A 2 piedi, 1 poll. R $\frac{1}{18,46}$.

Condotto di ferro di 1 piede di diametro, di 600 tese di lunghezza in circa con delle sinuosità orizzontali, e verticali.

A 12 piedi, 1 poll., 3 lin. R $\frac{1}{10,08}$.

Condotto di ferro di 18 poll. di diametro, di 600 tese di lunghezza in circa con molte sinuosità orizzontali, e verticali.

A 12 piedi, 1 poll., 3 linee. R $\frac{1}{6,05}$.

Condotto di ferro di 18 poll. di diametro, di 790 tese di lunghezza in circa con molte sinuosità orizzontali, e verticali.

A 4 piedi, 7 poll., 6 lin. R $\frac{1}{10,11}$.

Condotto di ferro di 1 piede di diametro, di 2340 tese di lunghezza in circa con molte sinuosità orizzontali, e verticali.

A 20 piedi, 3 poll. R $\frac{1}{19,34}$.

PROBLEMA I.

Ritrovare la parte dell'altezza della conserva, la quale s'impiega dall'acqua nel vincere la

resistenza, che quella incontra nel suo moto lungo il condotto MST (fig. 8.) *sì dalla parte dello sfregamento, come anche dalle sinuosità.*

435. SI cerchi il diametro della bocca T del condotto ripiegato MST, e sia di 1 pollice: la quantità poi dell'acqua, che attualmente quella manda in un minuto, raccogliendola in un vase di nota capacità, e sia di 6126 pollici cubici: l'altezza inoltre, che deve aver l'acqua nella conserva per mandare dalla bocca T una sì fatta quantità in un minuto nell'ipotesi, che il condotto non sia resistente al moto dell'acqua, ovvero sia un piccol tubo cilindrico (100.), e sia di 3 piedi: l'altezza finalmente AR della superficie dell'acqua nella conserva mediante un' esatta livellazione, e sia di 4 piedi. Quindi se dall'altezza AR di 4 piedi si leverà la parte A*a* di tre piedi, si avrà la parte *a*R dell'altezza AR, che s'impiega nel vincer la resistenza del condotto MST, = 1 piede. Ciocchè ec.

436. *Coroll.* Adunque si può considerare il condotto MST come non resistente al moto dell' acqua, prendendo dall'altezza AR dell'acqua nella conserva la sola parte A*a*, che produce la velocità dell'acqua corrente.

PROBLEMA II.

Ritrovare il diametro da darſi ad un condotto, affinchè queſto prenda, e conduca tutta la quantità dell' acqua, che gli può somminiſtrare la conserva.

437. BIsogna sul principio ricercare la quantità dell' acqua, che, in un minuto riceve (188.), e che quindi somminiſtra la conserva ABDC, mantenendoſi sempre dentro di queſta l' acqua alla ſteſs' altezza, e ſia di 40000 pollici cubici: poscia mediante un' esatta livellazione l'altezza AR della superficie dell' acqua nella conserva sulla bocca T del condotto, e ſia di 4 piedi: la lunghezza inoltre, che deve avere il condotto, e ſia queſta, comprese le di lui ſinuoſità, di 400 tese. Dopo queſte operazioni bisogna di più ricercare il diametro da darſi ad un tubo, perchè poſſa alla profondità di 4 piedi somminiſtrare in un minuto 40000 pollici cubici di acqua nella ipoteſi, ch' eſſo non ſia reſiſtente al moto dell' acqua, oſſia, che ſia come un tubo di poca lunghezza. Poichè un tubo di queſta lunghezza, e del diametro di 1 pollice, oſſia di 12 linee somminiſtra in un minuto sotto la profondità di 4 piedi secondo la Tavola (112.) 7070 pollici cubici, se ſi farà $\sqrt{7070} : \sqrt{40000} = 12 : x$, ſi troverà il diametro ricercato $= 28,54$ linee in circa.

Se si dasse al nostro condotto MST questo diametro, esso non potrebbe, per essere resistente al moto dell'acqua, somministrare in un minuto quella quantità d'acqua. Adunque si cerchi, quant'acqua esso manderebbe nello stesso tempo, se avesse soltanto 28, 54 linee di diametro, scegliendo nella Tavola superiore (434.) il caso più analogo al presente, ossia quello del condotto di un piede di diametro, e di 600 tese di lunghezza. Se il nostro condotto avesse un piede di diametro, e 600 tese di lunghezza, e se fosse situato alla profondità di 12 piedi, 1 pollice, 3 linee, non manderebbe in un minuto, se non una decima parte della sua acqua, essendo $R = \frac{1}{10,08} = \frac{1}{10}$ in circa. Quindi, poichè il nostro condotto MST è più corto, che quello della Tavola, si può senza pericolo di grand'errore supporre, quantunque esso sia più ristretto, e situato a minor profondità, che non mandi in un minuto, se non un'ottava parte dell'acqua, che manderebbe, se non resistesse al moto di questa, ossia che non mandi in un minuto se non $\frac{1}{8}$ 40000 = 5000 pollici cubici di acqua.

Ora si supponga, che la parte sola Aa dell'altezza AR dell'acqua nella conserva sulla bocca T produca in un minuto lo scolo di 5000 pollici cubici di acqua per il condotto MST di 28, 54 linee di diametro, qualunque sia quella parte, mentre l'altra aR non serve, che a vincere la resistenza, che il condotto oppone al moto

moto dell'acqua; e si cerchi il diametro da darsi ad un altro condotto della stessa lunghezza, e delle stesse sinuosità, perchè possa sotto la medesima profondità A a somministrare in un minuto 40000 pollici cubici di acqua nella ipotesi, che anche in quest'altro condotto la resistenza, che proviene dallo sfregamento, sia la medesima, che nel primo, ossia venga espressa dalla stess' altezza aR. Si troverà il diametro, che si ricerca, = 80, 73 linee = 6' pollici, 8 $\frac{2}{10}$ linee in circa, facendo $\sqrt{5000} : \sqrt{40000} = 28, 54$ linee: x. Ora questo è il diametro, che si ha da dare al nostro condotto, se si vuole, che questo porti tutta la quantità dell'acqua, che gli può dare la conserva. Ciocchè ec.

438. *Scolio*. Veramente essendo questo nostro condotto più largo dell'altro, con cui si è fatto il paragone, deve opporre al moto dell'acqua minore resistenza; la differenza però non deve esser molto sensibile. In questa soluzione si suppone, che gli angoli del condotto sieno ben addolciti, e che vi siano di tratto in tratto gli sfiatatoj per lasciare scappar fuori l'aria rinchiusa. Nel resto la soluzione, che abbiamo con il Sig. Ab. Bossut data, quantunque non sia molto esatta, ha però nella pratica il suo vantaggio, insegnandoci, come possiamo sfuggire in gran parte il pericolo di fare un condotto o troppo stretto, o largo rispetto al volume dell'acqua, che quello ha da condurre, e quindi di gettarsi in una

spesa inutile. Nel fare il calcolo per maggior sicurezza bisogna prender l'altezza della conserva un po' minore della vera. Imperocchè se il diametro del condotto riesce un po' minor del giusto, cresce in questo caso l'altezza dell'acqua nella conserva, e quindi la velocità dello scolo dell'acqua dentro il condotto.

PROBLEMA III.

Dato il diametro di un tubo di condotta, la coerenza della materia di questo, l'altezza, e la gravità specifica del fluido nella conserva, ritrovare la grossezza da darsi alle pareti di quel tubo, perchè possa reggere senza rompersi allo sforzo del fluido contenuto.

439. NEll'altezza AB (fig. 9.) del tubo verticale ABCD pieno di un fluido omogeneo, e stagnante si prenda la parte infinitesima MO, e per li punti M, O si conducano i piani MN, OP paralleli alla base orizzontale BC, cosicchè ne risulti l'anello infinitesimo MOPN. Chiamato P il perimetro dell'anello, A la distanza di questo dal livello del fluido, G finalmente la gravità specifica dello stesso fluido, sarà la pressione, che dal fluido contenuto nel tubo ABCD sostiene l'anello MOPN, $=$ AGP, siccome ab-

biamo dimoſtrato nell' Idroſtatica. Ben ſi vede, che, chiamata T la tenſione, che vien prodotta nel perimetro dell'anello MOPN dalla preſſione del fluido, dev' eſſer $T = AGP$, eſſendo la tenſione, che ſoſtiene ciaſcun punto dell' anello, eguale alla preſſione del fluido. Nello ſteſſo modo chiamata t la tenſione, che ſoffre l' anello infiniteſimo $mopn$ del tubo verticale $abcd$ pieno di un altro fluido omogeneo, e ſtagnante, p il perimetro dell' anello, a la diſtanza di queſto dal livello, g la gravità ſpecifica del fluido, ſi troverà $t = agp$. Però ſi ha $T : t = AGP : agp$, oſſia, chiamati D, d i diametri dei due tubi ABCD, $abcd$, $= AGD : agd$, potendoſi conſiderare i perimetri dei due anelli, atteſa la loro altezza infiniteſima, come circonferenze circolari, che ſono proporzionali ai diametri.

Ora quando due anelli circolari ſono premuti al di fuori, reſiſtono tanto più alla rottura, quanto maggiore ſi è la groſſezza, ch' eſſi hanno, e la coerenza della loro materia, eſſendo egli chiaro, che, quanto maggiore ſi è la groſſezza delle pareti di un tubo, tanto maggiore anche ſi è il numero dei fili da romperſi in ciaſcun anello, e quanto maggiore ſi è la coerenza della materia, tanto maggiore anche ſi è la difficoltà, che hanno i fili a ſpezzarſi. Onde, poſte R, r le più grandi reſiſtenze, che poſſono opporre alla loro rottura gli anelli MOPN, $mopn$, S, s le groſſezze di queſti, C, c finalmente le coerenze delle

materie degli stessi, si avrà $R : r = CS : cs$. Gli anelli MOPN, *mopn* mentre sono nel punto di cedere alla pressione del fluido contenuto, ossia di rompersi, allora le tensioni T, *t* sono eguali alle più grandi resistenze R, *r*, ch' essi oppongono alla rottura. Deve adunque allora stare $AGD : agd = CS : cs$, e perciò $S : s = \frac{AGD}{C} : \frac{agd}{c}$. Questa proporzione ha luogo in tutti gli anelli, dai quali sono composti i tubi ABCD, *abcd*, anche negli ultimi, che toccano le basi di quelli, e che debbono essere, *caeteris paribus*, i primi a rompersi. Se i fluidi contenuti hanno la stessa gravità specifica, e le materie, dalle quali sono composti i tubi, hanno la stessa coerenza, allora $S : s = AD : ad$.

Si sa, che le pareti di un tubo di piombo, e del diametro di 12 pollici debbono avere la grossezza di 6 linee, affine di sostenere, senza crepare, verticalmente lo sforzo di 60 piedi di acqua, siccome ha sperimentato il Sig. Parent. Adunque se, chiamata S la grossezza delle pareti di questo tubo, D il suo diametro, A l'altezza dell' acqua contenuta, G la gravità specifica di questa, C la coerenza del piombo, se vi sarà un tubo di condotta, il diametro del quale sia *d*, e *c* la coerenza della sua materia, si troverà, chiamando *a* l'altezza del fluido nella conserva al di su dell' asse del tubo, e *g* la gravità specifica di questo fluido, si troverà, dico, col

mezzo della proporzione di sopra $S : s = \frac{AGD}{C} : \frac{agd}{c}$ la grossezza s da darsi alle di lui pareti, perchè regga allo sforzo del fluido contenuto. Ciocchè ec.

440. *Scolio*. Ma qui non debbo dissimulare, che il fluido si suppone nei tubi di condotta stagnante, mentr' è realmente in moto. Quali adunque debbono essere in pratica le grossezze? Il Sig. Bellidor nel c. III. del l. III. della sua *Architettura Idraulica* ci avverte per maggior sicurezza di accrescere in ogni caso della metà la grossezza ritrovata. Giustamente, sostenendo i condotti oltre la pressione dell' acqua molti altri sforzi, che non si sono considerati nel calcolo, e che non mai possono essere valutati con esattezza. Tali sono l' urto dell' acqua corrente contro i loro angoli, l' aria, che si sviluppa dall' acqua, e che si ammucchia nei gomiti, i difetti del piombo, o del ferro, l' infracidamento finalmente, che a poco a poco produce l' umidità della Terra, che li cuopre all' intorno.

Esempio. Un vase cilindrico di rame di 18 pollici di diametro, e di 40 piedi di altezza si ha da riempiere intieramente di mercurio. Si dimanda la grossezza da darsi alle di lui pareti, perchè non crepi? Poichè la gravità specifica dell' acqua stà a quella del mercurio $= 1 : 14$,

e poichè la coerenza del piombo ſtà a quella del rame $= 1:28$, ſi avrà $G = 1$, $g = 14$, $C = 1$, $c = 28$. Ond' è, che, eſſendo nella proporzione di ſopra $S = 6$ linee, $A = 60$ piedi, $D = 12$ pollici, $a = 40$ piedi, $d = 18$ pollici, fatta la ſoſtituzione, dev' eſſere 6 linee $: s = \frac{60 \cdot 12 \cdot 1}{1} : \frac{40 \cdot 18 \cdot 14}{28}$; e quindi $s = 3$ linee in circa. Nello ſteſſo modo ſi ritrova, che la groſſezza, che debbono avere le pareti di un vaſe cilindrico di piombo di 6 pollici di diametro, affine di ſoſtenere ſenza crepare lo sforzo di una colonna d'acqua di 200 piedi di altezza, è di 10 linee. I due vaſi ſi poſſono prendere per condotti, supponendo l' altezza del fluido contenuto eguale a quella dello ſteſſo fluido al di ſu dei loro aſſi.

441. *Scolio*. La ragione della coerenza di una materia alla coerenza di un' altra ſi ritrova, prendendo un filo di ciaſcuna materia egualmente groſſo, e lungo, e determinando il peſo, che preciſamente ſi ricerca per romperlo. In queſto modo il Sig. Muſchembroeck nella ſua diſſertazione ſulla coerenza de' corpi ha ritrovate le ragioni delle coerenze di più materie.

CAPO III.

Della formazione dei getti, degl' impedimenti, che si oppongono al loro totale ascendimento, e dei mezzi di procurar loro la maggiore possibile elevazione.

442. SE dopo di aver condotta l'acqua di una sorgente in un dato luogo, si vuole, che questa ivi abbia da zampillare, bisogna raccoglierla tutta dentro di una conserva ABDC (fig. 8.), che si chiama anche *castello d'acqua*, situata nella maniera più vantaggiosa al zampillo. Indi, fatto il condotto MST, che porti l' acqua dalla conserva, dove stà raccolta, al luogo T destinato allo zampillo, l' acqua sortirà con impeto, formando il suo getto verticale, od obliquo, secondochè l' estremità T superiore del condotto sarà diretta all' insù verticalmente, oppure obliquamente. Affinchè s' abbia il getto, è necessario, che l' estremità T del condotto si trovi al di sotto del livello dell' acqua nella conserva. Ordinariamente il condotto non ha molta lunghezza, e si cuopre la sua estremità T con una sottile piastra orizzontale, nel mezzo della quale avvi scolpito perpendicolarmente un foro, che dev' esser sì piccolo, che si possa considerare l' acqua della conserva, e del condotto come sensibilmente stagnante, non sollevandosi il getto

al di su del foro, se non in vigore della pressione del fluido rinchiuso.

443. Egli è chiaro, che, se il getto al sortire dal suo foro T è diretto dall'ingiù all'insù, tolto ogni impedimento, deve salire all'altezza RA della superficie AC dell'acqua nella conserva ABCD, ossia, in poche parole, all'altezza della sua conserva, essendo la velocità, che ha l'acqua nell'atto, che sorte dal foro T, capace di farla salire a quell'altezza (29.). Onde ne siegue,

I. Che se il foro, donde sorte il getto, è in T, la lunghezza del getto, tirata l'orizzontale TR, dev'esser $= AR$, la velocità del getto al sortir del foro $= \sqrt{AR}$ (32.), la quantità finalmente dell'acqua fluente in un dato tempo, ossia il dispendio dell'acqua, che fa il getto in un dato tempo, $= \frac{5}{4} ft \sqrt{(AR.\ 2g)}$ (100.).

II. Che, concependosi allungato il condotto MST fino in o, cosicchè il foro, da cui sorte il getto, sia in o, il getto deve perdere parte della sua lunghezza, sortire con minor velocità, esser finalmente men copioso di acqua, giacchè in questo caso la sua lunghezza solamente $= aA$, la sua velocità $= \sqrt{aA}$, il dispendio in fine della sua acqua $= \frac{5}{4} ft \sqrt{(aA.\ 2g)}$.

III. Che, perchè due getti riescano egualmente alti, bisogna, che le altezze delle respettive conserve su i fori sieno eguali.

IV. Che finalmente, perchè due getti man-

dino dentro lo ſteſſo tempo la ſteſſa quantità di acqua, bisogna, che le altezze delle conserve su i fori ſieno in ragione inversa quadruplicata dei diametri di queſti. Imperocchè, chiamate A, a le altezze delle conserve su i fori F, f, i diametri di queſti D, d, le quantità dell'acqua, che dentro lo ſteſſo tempo t mandano i fori, Q, q, eſſendo le aree dei fori, che qui ſi suppongono circolari, come i quadrati dei loro diametri, ſi avrà $Q = \frac{5}{8} D^2 t \sqrt{(A.\ 2g)}$, $q = \frac{5}{8} d^2 t \sqrt{(a.\ 2g)}$. Quindi, poichè dev'eſſer, ſiccome ſi suppone, $Q = q$, deve anch'eſſer $\frac{5}{8} D^2 t \sqrt{(A.\ 2g)} = \frac{5}{8} d^2 t \sqrt{(a.\ 2g)}$, oſſia $D^2 \sqrt{A} = d^2 \sqrt{a}$, oſſia $D^4 A = d^4 a$, oſſia finalmente $D^4 : d^4 = a : A$.

444. La sperienza c'insegna, che i getti reſtan sempre al di sotto dell'altezza delle loro conserve, quantunque la differenza ſia di poco momento, quando l'altezza, alla quale sale il getto, ſia di soli 3, 4, 5 piedi in circa. Un getto di 5 piedi reſta al di sotto dell'altezza della sua conserva di un sol pollice, mentre un altro di 10, oppure di 50, oppure di 100 piedi reſta al di sotto di 4 pollici, oppure di 8 piedi, 4 pollici, oppure finalmente di 33 piedi, 4 pollici. Quali son dunque gli oſtacoli? Tre sono i principali, vale a dire lo sfregamento dell'acqua contro il contorno del foro, la reſiſtenza dell'aria eſteriore, e la gravità finalmente della ſteſs'acqua, che sale.

445. La resistenza, che proviene dallo sfregamento, quantunque si soffra soltanto da quelle particelle, che fregan l'orlo del foro, il ritardamento però del loro moto si comunica anche a quelle, che passano verso il mezzo, attesa la mutua loro aderenza. Questa resistenza è tanto più grande, quanto più stretto si è, *caeteris paribus*, il foro. Sianvi due fori circolari A, B, il primo del diametro di un pollice, l'altro di due. Essendo le circonferenze in ragion semplice, le superficie circolari in ragion duplicata dei diametri, sarà la circonferenza del foro A $= \frac{1}{2}$ di quella dell' altro foro B, e la superficie del foro A $= \frac{1}{4}$ di quella del foro B. Adunque, poichè presenta il foro A in proporzione della sua superficie più punti all'azione dello sfregamento, che il foro B, deve il getto, che sorte da quel foro, esser più ritardato. Nel resto quando il foro non è molto piccolo, ed irregolare, questa specie di resistenza è di pochissima considerazione, principalmente dopo le prime gocce del getto. Riempiute che sieno di acqua le piccole cavità dell' orlo del foro, il resto dell' acqua saliente vi passa, quasi come se quello fosse un anello di acqua. Perciò si osserva, che, allorquando i fori hanno un diametro non minor di una linea, i getti di due, o tre piedi, quantunque essi sieno disugualmente grossi, hanno la stessa altezza. I fori, che meno degli altri sono sottoposti allo sfregamento, sono i circolari. Oltre-

chè questi non hanno angoli, hanno in proporzione della loro superficie il più breve contorno, essendo tra tutte le figure isoperimetre il cerchiò quella, che ha la più grande superficie, siccome si dimostra in Geometrìa.

446. Il 2.° ostacolo si è l'aria esterna. Il getto non può elevarsi, se non move di luogo tutta quell'aria, che trovasi nello spazio TG. Ma per mover questa bisogna, che il getto perda tanto di moto, quanto ne comunica. Le parti del getto, che patiscon la maggiore resistenza dalla parte dell'aria, sono le prime gocce, che sortono dal foro T, essendo quelle, che smovono la massa dell'aria rinchiusa nello spazio TG. Le altre gocce consecutive del getto, benchè patiscano quasi nissuna resistenza dall'aria, perdono però parte della loro velocità, dovendola impiegare nella elevazione delle prime. Ond'è, che il ritardamento del moto, che la resistenza dell'aria produce nelle prime gocce, si diffonde in tutto il resto del getto. La resistenza, che oppone l'aria alla elevazione del getto, è tanto maggiore, quanto maggiore si è la velocità dello stesso, essendo la resistenza, che fanno i fluidi al moto dei mobili, in ragion duplicata della velocità di questi, siccome si vedrà nel libro, che siegue. Per questa ragione quando l'altezza della conserva è molto grande, ossia quando la velocità del getto al suo sortire dal foro è molto grande, il getto si disperde in minutissime goc-

ce. Per questa ragione ancora quando l' altezza della conserva è molto piccola di un piede in circa, il getto sale alla medesima altezza sì nell' aria, come nel voto, dove resta più unito, giusta le replicate sperienze del Sig. Volfio.

447. Il 3.° ostacolo, ch' è il maggiore di tutti, si è la gravità delle particelle dell' acqua, di quelle principalmente poste nella parte suprema del getto, le quali, dopo aver perduto il moto di ascensione, ricadono all' ingiù sulle altre, che vengono dopo, e ne ritardano il moto. Per questa cagione principalmente anche nel voto i getti restan sempre al di sotto delle loro conserve. Si toglie, o almeno si scema quest' ostacolo, rendendo la direzione del getto un po' inclinata all' orizzonte. In questo caso le particelle, che compongono la parte suprema del getto, declinano nell' altro ramo della curva parabolica. Perciò si osserva, che, quando s' inclina un poco il getto, s' innalza maggiormente. Ma, sebbene il getto acquista maggior elevazione, quando gli si dà una piccola inclinazione, perde però parte della sua bellezza, non presentando più all' occhio uno spettacolo sì bello, come quando il getto ricade tutto sopra di se stesso perpendicolarmente.

448. *Sperienze*. Il solido ABCD (fig. 10.) rappresenta una conserva parallelepipeda, rettangolare, e verticale. L' altezza di questa è di 12 piedi in circa, e la base si è un quadrato,

ciascun lato del quale misurato interiormente è di tre piedi parig. Al foro della conserva si adatta orizzontalmente il tubo OE di latta chiuso nella sola estremità E. Il diametro di questo è di 3 pollici, 8 linee. In F, in G, in H vi sono scolpiti tre fori circolari, i diametri dei quali sono di 2, di 4, di 8 linee. In M vi stà adattato un tubo conico, l'altezza del quale si è di 5 pollici, 10 liuee, il diametro della base inferiore di 9 linee, quello della superiore finalmente di 4 linee. In N finalmente trovasi un tubo cilindrico dell'altezza di 5 pollici, 10 linee, e del diametro di 4 linee. Mantenendo l'acqua nella conserva all'altezza di 11 piedi al di su della parete superiore OH del tubo, si osserva, siccome riferisce il Sig. Ab. Bossut, che ne ha fatta le sperienza, nella sèz. 1.ª del c. 5.° della 2.ª parte della sua Idrodinamica, si osserva, dico.

I. Che il getto verticale si solleva per il

Foro del diam. di lin.		Piedi	Pollici,	Linee
F	2	10	0	10
G	4	10	5	10
H	8	10	6	6

II. Che, rendendo il getto un po' inclinato all'orizzonte, questo si solleva per il

Foro	Piedi	Pollici	Linee
F	10	4	6
G	10	7	6
H	10	8	0

III. Che il getto verticale si solleva per il

Tubo	Piedi	Pollici	Linee
Conico M	9	6	4
Cilindrico N	7	1	6

IV. Che rendendo il getto un po' inclinato, questo si solleva per il

Tubo	Piedi	Pollici	Linee
Conico M	9	8	6
Cilindrico N	7	3	6

V. Che se al luogo del tubo OE vi si mette un altro tubo orizzontalmente della stessa lunghezza, ma del diametro soltanto di 9 in 10 linee, e nel quale vi sieno i fori circolari F, G, H dello stesso diametro di prima, mantenuta l'acqua all'altezza costante di 11 piedi al di su della parete superiore, il getto verticale si solleva per il

Foro	Piedi	Pollici	Linee
F	9	11	0
G	9	7	10
H	7	10	0

449. Corollarj, che sieguono.

I. I getti verticali si sollevano a minor altezza, *caeteris paribus*, che quei, che sono un poco inclinati all'orizzonte, siccome si vede, facendo il confronto delle altezze dei getti verticali con quelle degli inclinati nelle superiori sperienze.

II. I getti, quando sortono da un tubo conico, o cilindrico di una certa altezza al di su

del condotto, perdono allora una parte notabile della loro altezza. Però è viziosa l'usanza di adattare all'estremità del condotto un tubo conico, e molto più cilindrico, scemando questo più di quello l'altezza del getto. I fori, che danno al getto la maggior elevazione, son quei, che sono scolpiti in una piastra orizzontale, che chiude l'estremità del condotto. Deve la piastra esser ben liscia, sottile, di una spessezza uniforme, e forata perpendicolarmente.

III. I getti grossi s'innalzano a maggior altezza, che i sottili, allorchè il condotto è grosso, essendo, quando il condotto è del diametro di 3 pollici, 8 linee, l'altezza del getto, che sorte dal maggior foro G, maggiore di quella del getto, che sorte dal minor foro F, e quella dell'altro getto per il foro massimo H maggiore ancora di quella dell'altro getto per il minor foro G. Ma ciò ha luogo soltanto nei getti, che si sollevano ad un'altezza di qualche considerazione.

IV. I getti sottili, allorchè il condotto è stretto, ascendono più alto, che i grossi. Così quando il diametro è di sole 9 in 10 linee, l'altezza del getto per il foro massimo H è minore delle altezze per gli altri fori G, F, e quella per il foro maggiore G è minore dell'altra per il foro F.

V. Per dare al getto la più grande altezza possibile bisogna, che il foro, donde sorte il

getto, sia nè troppo grande, nè troppo piccolo rispetto al condotto. Infatti noi vediamo, ch'essendo nelle prime tre sperienze i fori F, G troppo piccoli rispetto al condotto, non danno essi un getto sì alto, come il foro più grande H. Per lo contrario nelle tre ultime sperienze essendo i fori H, G troppo grandi rispetto al condotto, danno getti meno elevati, che il foro minore F.

450. Ma donde ciò avviene? Il getto, rispondo, non si solleva all' altezza della sua conserva, se non in virtù della pressione del fluido racchiuso. Quindi è, che, perchè il getto, prescindendo da ogni ostacolo, possa salire all' intiera altezza della sua conserva, ossia alla sua maggiore possibile altezza, deve la velocità dell' acqua, che si contiene nel condotto, esser sì piccola, che si possa considerare sensibilmente come nulla. Ora si ponga il foro, dal quale sorte il getto, troppo piccolo rispetto al condotto. Ben si vede, che la velocità dell'acqua, che si move dentro di questo condotto, si può considerare come sensibilmente nulla, stando la velocità dell' acqua, che si move dentro il condotto alla velocità di quella, che sorte dal foro, come la sezione del foro alla sezione del condotto (19.). Perchè dunque questo getto sale a minore altezza? Attesi, rispondo, i maggiori impedimenti, che, *caeteris paribus*, incontra nella sua salita un getto sottile, che un più grosso, dalla parte sì dello sfregamento contra l' orlo del foro, come anche della

della resistenza dell'aria. Si supponga ora il foro troppo grande rispetto al condotto. Egli è chiaro, che l'acqua, che dentro di questo si move, deve avere una velocità molto sensibile, e quindi minore dev' essere la sua forza premente. Perciò il getto, quantunque incontri nella sua ascesa minori impedimenti, non può sollevarsi alla sua maggiore possibile altezza. Da tutto ciò ne siegue, che affinchè il getto possa sollevarsi alla sua maggiore altezza, deve il foro, dond' esso sorte, esser grande, e il condotto sì grande rispetto a quello, che si possa considerare l'acqua, che dentro vi scorre come sensibilmente stagnante.

C A P O IV.

Della Tavola delle altezze dei getti verticali, e dei principali Problemi, che ad essi appartengono.

451. LA Tavola dei getti verticali, che apporta il Sig. Ab. Bossut nella sua Idrodinamica, e che può essere di grand' uso, quando si tratta di stabilire un getto, è composta di quattro colonne. A esprime in piedi, e pollici le altezze delle conserve: A′ in piedi soltanto le altezze corrispondenti dei getti: Q′ in pinte parigine, trentasei delle quali formano un piede

cubico, i dispendj dell' acqua per un foro di 6 linee di diametro relativamente alle altezze delle conserve: D finalmente in linee i diametri, che debbono avere i condotti per un foro di 6 linee di diametro rispetto alle altezze delle conserve. In queste ultime due colonne sono state trascurate quelle frazioni, ch' erano minori di $\frac{1}{2}$, e quelle, ch'erano o maggiori, o eguali ad $\frac{1}{2}$ sono state valutate 1. Ecco la Tavola.

A Piedi	Poll.	A' Piedi	Q' Pinte	D Linee
5	1	5	32	21
10	4	10	45	26
15	9	15	56	28
21	4	20	65	31
27	1	25	73	33
33	0	30	81	34
39	1	35	88	36
45	4	40	95	37
51	9	45	101	38
58	4	50	108	39
65	1	55	114	40
72	0	60	120	41
79	1	65	125	42
86	4	70	131	43
93	9	75	136	44
101	4	80	142	45
109	1	85	147	46
117	0	90	152	47
125	1	95	158	48
133	4	100	163	49

PROBLEMA I.

Data l'altezza di un getto verticale, ritrovare prossimamente, di quanto esso stia al di sotto dell'altezza della sua conserva.

451. UN getto si è sollevato verticalmente all'altezza di 40 piedi: si dimanda di quanti piedi stia al di sotto della sua conserva? Il Sig. Mariotte osservò, che gli spazj, che mancano alle intiere elevazioni dei getti verticali, sono prossimamente proporzionali ai quadrati delle altezze degli stessi getti; il che è stato anche confermato dalle sperienze del Sig. Ab. Bossut. Ora si sa, che, quando l'altezza della conserva è di soli 33 piedi, il getto verticale è soltanto di 30 piedi, siccome consta dalla Tavola dei getti; e che perciò lo spazio, che manca all'intiera elevazione del getto, è di tre piedi. Adunque se si farà $33 . 33 : 40 . 40 = 3 : x$, si troverà x, lo spazio cioè, che manca all'intiera elevazione del getto proposto, $= 5$ piedi in circa; il che è pochissimo diverso da quel, che dà la Tavola, essendo la differenza di soli 4 pollici in circa. Ciocchè ec.

452. *Coroll.* I. Se lo spazio ritrovato, che manca all'intiera elevazione del getto, si aggiungerà all'attuale elevazione dello stesso, ossia se 5 piedi si aggiungeranno a 40, si avrà l'intiera

elevazione del getto, ossia l'altezza della sua conserva di 45 piedi.

454. *Coroll.* II. Quindi s'intende, come si ritrovino le altezze delle conserve, che mancano nella Tavola di sopra.

PROBLEMA II.

Data l'altezza della conserva ritrovare prossimamente l'altezza del getto.

455. Si ponga a l'altezza data della conserva, x l'altezza ricercata del getto. Si prenda poscia un getto di sperienza, del quale sia nota l'altezza m, e quella della sua conserva A, ossia un getto della Tavola superiore. Egli è chiaro, che sarà lo spazio, che manca all'intiera elevazione del primo, $= a - x$. Quindi, fatta la proporzione come sopra, $A - m : a - x = m^2 : x^2$, si avrà $x^2 = \frac{m^2.(a-x)}{A-m}$; e perciò $x = \frac{-m^2 + m\sqrt{(4Aa - 4am + m^2)}}{2.(A-m)}$. Si ponga $A = 33$, $m = 30$, $a = 45$ piedi: si troverà $x = 40$ piedi. Ciocchè ec.

456. *Coroll.* Quindi s'intende, come si ritrovino le altezze dei getti, che mancano nella Tavola di sopra.

PROBLEMA III.

Data l' altezza dell' acqua nella conserva sopra di un foro, di cui nota sia l' area, ritrovare la quantità della resistenza, che soffre il getto al suo sortire dal foro.

457. L' Altezza dell' acqua nella conserva al di su del foro si esprima in pollici, e si dica a. L' area parimente del foro si esprima in pollici quadrati, e si chiami f. Inoltre si ponga R la resistenza, che dalla parte della sola aria patisce il getto al suo sortire verticale dal foro, e g il peso di un pollice cubico di aria presso la Terra. Essendo la resistenza, che dalla parte della sola aria patisce il getto al suo sortire verticale dal foro, eguale al peso di una colonna d' aria, la quale abbia per base l' area del foro, e per altezza il doppio dell' altezza, dalla quale, scendendo liberamente un grave, acquisterebbe la stessa velocità, che ha il getto nell' atto, che sorte dal foro, siccome si vedrà nel Libro seguente (555., 512.), ossia il doppio dell' altezza dell' acqua nella conserva al di su del foro, si avrà $R = afg$. Ora si cerchi il valore di g. Poichè il peso di un piede cubico, ossia di 1728 pollici cubici di aria presso la Terra è di $1\frac{2}{5}$ once parig. (127.), se si farà $1728 : 1 = 1\frac{2}{5} : x$, si troverà il peso x di

un pollice cubico di aria presso la Terrra $= \frac{7}{8640}$ di un' oncia parig. Però, messo questo valore al luogo di g nell' equazione di sopra, si avrà $R = \frac{7\,af}{8640}$ once parig. Ciocchè ec.

458. *Scolio*. Avviene più volte, che il getto, allorchè sorte da un piccol foro, salga ad un' altezza maggiore della sua conserva. Questo fenomeno, che non è, se non momentaneo, vien prodotto dalle particelle dell' aria, che seco strascina l' acqua, e che si accumulano, e s' arrestano innanzi al foro del condotto, donde sorte il getto. Infatti si ponga (fig. 8.) il foro T del condotto chiuso, e l' aria, che porta seco l' acqua, accumulata nel piccolo spazio $qmnz$. Egli è chiaro, che, aperto il foro T, sboccando l' aria impetuosamente, e rarefacendosi con forza eguale a quella, con cui era compressa, lascierà, che l' acqua, che la siegue, cada nel piccolo spazio $qmnz$, ch' essa lascia voto, e acquisti per questa piccola caduta dentro il condotto una velocità, che s' aumenta al passaggio del foro in ragione della sezione qz del condotto alla sezione T del foro (19.). Questa velocità può al passaggio del foro esser molto grande nei primi istanti, se la sezione del foro è molto piccola rispetto a quella del condotto. Ma presto essa si scema, e si estingue intieramente, distruggendosi per la resistenza degli ostacoli il moto prodotto dalla caduta dell'

acqua nello spazio $qmnz$. Allora la semplice pressione dell'acqua, che giace al di su del foro T nella conserva, diventa la sola causa permanente della velocità, e quindi dell'altezza del getto.

PROBLEMA IV.

Dato il diametro del condotto, il diametro del foro scolpito in una sottil lastra, dal quale sorte il getto, e l'altezza costante dell'acqua nella conserva sopra il foro, ritrovare l'altezza, a cui salirebbe il getto, levati gl'impedimenti, se venisse aperto nel punto r *del condotto un piccol foro, mentre l'acqua sorte per l'altro foro* o (fig. 11.).

459. Si ponga il tubo verticale FMNG del condotto aperto intieramente in MN. Presa la sezione orizzontale RS, l'acqua, che vi passa, dovrà avere la velocità $\sqrt{MH}$. Imperocchè, stando la velocità dell'acqua, che passa per la sezione RS, alla velocità dell'acqua, che passa per la sezione del foro $MN = MN : RS$, deve la prima essere eguale alla seconda, attesa l'eguaglianza delle due sezioni MN, RS, ossia deve la prima esser $= \sqrt{MH}$, essendo l'altra $= \sqrt{MH}$. Ora si ponga chiusa l'estremità MN del tubo FMNG, mediante la piastra MN,

eccettuato il piccol foro *o* ſcolpito nel mezzo, e ſi cerchi la velocità, che deve avere in queſto caſo la ſteſſa ſezione RS. Poſto D il diametro del tubo FMNG, *d* quello del foro, ſi troverà la velocità dell' acqua, che paſſa per la ſezione RS, $= \frac{d^2 \sqrt{MH}}{D^2}$, ſtando la velocità dell' acqua per la ſezione RS alla velocità dell' acqua per la ſezione del foro, oſſia $\sqrt{MH}$, come la ſezione del foro alla ſezione RS, ovvero come il quadrato del diametro del foro al quadrato del diametro del tubo.

Ben ſi vede, che, eſſendo la velocità $\sqrt{MH}$ dell'acqua al ſortire dal foro *o* prodotta dalla preſſione MH, ſi può anche conſiderare la velocità $\frac{d^2 \sqrt{MH}}{D^2}$ dell'acqua per la ſezione RS come prodotta dalla preſſione $\frac{d^4 MH}{D^4}$. Quindi, poichè l' acqua della ſezione RS tende a moverſi colla velocità $\sqrt{MH}$, e realmente non ſi move, che colla ſola velocità $\frac{d^2 \sqrt{MH}}{D^2}$, dev'eſſa premere l' acqua della ſezione, che le ſtà immediatamente avanti, con una forza eguale alla differenza delle preſſioni, che producono le velocità $\sqrt{MH}$, e $\frac{d^2 \sqrt{MH}}{D^2}$, oſſia con forza $= MH - \frac{d^4 MH}{D^4}$. La ſteſſa dimoſtrazione vale in qua-

lunque altra sezione, ancorchè questa, come rs, si prenda nella parte orizzontale del condotto, purchè si prescinda dalla perdita della velocità, che fa l'acqua, mentre nel suo passaggio dal tubo orizzontale nel verticale urta nell'angolo D, ossia purchè si raddolcisca l'angolo D, essendo anche in questo caso la velocità, con cui tende al moto la sezione rs, $= \sqrt{MH}$, quella, con cui realmente si move $= \frac{d^2 \sqrt{MH}}{D^2}$. Tutte adunque le sezioni dell'acqua nel condotto premono quelle, che loro stanno immediatamente avanti, con forza $= MH - \frac{d^4 MH}{D^4}$.

Quindi è, che, dovendosi questa pressione secondo le leggi idrostatiche distribuire in tutta la massa dell'acqua egualmente per ogni verso, e contro le pareti del condotto, deve la pressione, che sostiene ciascun punto della superficie del condotto, esser $= MH - \frac{d^4 MH}{D^4}$, ossia, chiamando a l'altezza MH dell'acqua nella conserva sopra il foro, donde sorte il getto, deve esser $= a - \frac{d^4 a}{D^4}$. Però, aperto nel punto r un piccol foro, mentre l'acqua del condotto sorte per il foro o, deve il getto, che ne sorte per il foro r, sollevarsi all'altezza $a - \frac{d^4 a}{D^4}$. Ciocchè ec.

460. *Coroll.* I. Si ponga $D = d$, ossia l'estremità MN del tubo verticale FMNG intieramente aperta: sarà in questo caso l'altezza, alla quale si solleva il getto, che sorte dal punto r, $= 0$, ossia nulla, essendo in questo caso $a - \frac{d^4 a}{D^4} = a - a = 0$, purchè l'acqua nel suo passaggio dal tubo orizzontale nel verticale niente perda della sua velocità, siccome qui si suppone. Quindi se si supporrà levato il tubo verticale FMNG, e aperta intieramente l'estremità DG del tubo orizzontale nel tempo dello scolo, per questa non potrà il getto sortire per il punto r del condotto, siccome anche c'insegna la sperienza. Ond'è, che s'ingannano quei Pratici, che pretendono, che, fatta una apertura in un lato di un condotto d'acqua, debba sempre per quella sortire il getto, potendo succedere, che da essa niente affatto di acqua vi sorta.

461. *Coroll.* II. Poichè la pressione, che sostiene ciascun punto del condotto dall'acqua, che dentro vi scorre, si è $= a - \frac{d^4 a}{D^4}$, ben si vede, che, aperto nel tubo verticale FMNG un foro nel punto R, vi deve sortire in un dato tempo tanto di acqua, quanto ne sortirebbe dentro lo stesso tempo da un egual foro fatto in un altro vase, dove l'acqua fosse stagnante sotto l'altezza $a - \frac{d^4 a}{D^4}$. Quindi è, che si può

col mezzo dell'equazione $Q' = \frac{2}{3} f t \sqrt{(a \cdot 2g)}$ (100.) ritrovare la quantità dell'acqua, che deve sortire dal foro aperto in R in un dato tempo, mentre continua l'acqua a sortire anche dal foro *o*, non altro ricercandosi per avere una sì fatta quantità d'acqua, che sostituire nell'equazione al luogo di *a* il valore della quantità $a - \frac{a^4 d}{D^4}$. Per la stessa ragione data l'altezza dell'acqua nella conserva sopra il foro, da cui sorte il getto, i diametri del foro, e del condotto, la coerenza della materia del condotto, si ritroverà la grossezza da darsi alle pareti del condotto, affinchè questo possa reggere in tempo del getto alla pressione dell'acqua rinchiusa, ricercando secondo il metodo già insegnato (439.) la grossezza, che dovrebbero avere le sue pareti, se l'acqua fosse stagnante sotto l'altezza $a - \frac{d^4 a}{D^4}$.

PROBLEMA V.

Data l'altezza dell'acqua nella conserva, e dato il diametro del tubo di condotta ritrovare il diametro da darsi al foro, perchè il getto possa sollevarsi alla più grande possibile altezza.

462. Sianvi due condotti C, C' di differente grandezza, i loro diametri si dicano D, D', quei

dei loro fori respettivi d, d', le altezze delle respettive conserve A, A', le velocità finalmente dell'acqua, che dentro i condotti C, C' scorre, V, V'. Poichè la velocità del getto al sortire dal foro del condotto C è $= \sqrt{A}$ (443.), si avrà $v = \frac{d^2\sqrt{A}}{D^2}$, $v' = \frac{d'^2\sqrt{A'}}{D'^2}$ (459.). Ma poichè i getti, che sortono dai fori dei condotti C, C', si sollevano, siccome si suppone, alla loro maggiore possibile altezza, le velocità v, v' debbono esser sì piccole, che si posson considerare come sensibilmente nulle. Quindi, facendo $v = 0$, $v' = 0$, si avrà $\frac{d^2\sqrt{A}}{D^2} = 0$, $\frac{d'^2\sqrt{A'}}{D'^2} = 0$, ossia si avrà $\frac{d^2\sqrt{A}}{D^2} = \frac{d'^2\sqrt{A'}}{D'^2}$; e perciò $D^2 : D'^2 = d^2\sqrt{A} : d'^2\sqrt{A'}$, ovvero, estratta da ciascun termine la radice quadrata, $D : D' = d\sqrt[4]{A} : d'\sqrt[4]{A'}$.

Ora la sperienza c'insegna, che, quando l'altezza della conserva è di 16 piedi, e il diametro del condotto è di $28\frac{1}{2}$ linee, deve allora il diametro del foro essere di 6 linee, acciocchè il getto abbia la più grande possibile altezza. Messi adunque nella proporzione ultima di sopra al luogo delle quantità A', D', d' i numeri 16, $28\frac{1}{2}$, 6, si avrà $D : 28\frac{1}{2} = d\sqrt[4]{A} : 12$, e dividendo i due ultimi termini per $\sqrt[4]{A}$, si avrà

$D : 28\frac{1}{2} = d : \frac{12}{\sqrt[4]{A}}$; e quindi finalmente $D : d = 28\frac{1}{2} : \frac{12}{\sqrt[4]{A}}$. Quindi se la data altezza A della conserva si esprimerà in piedi, se il dato diametro D del condotto si esprimerà in linee, messi questi valori nell'ultima proporzione ai luoghi di A, e D, si avrà espresso in linee il diametro da darsi al foro, affinchè il getto si sollevi alla più grande possibile altezza. Ciocchè ec.

Esempio. L'altezza dell'acqua in una conserva è di 36 piedi, e il diametro del condotto di 40 linee parigine. Si dimanda il diametro da darsi al foro di quel condotto, perchè il getto salga alla più grande altezza? Poichè $\sqrt[4]{A} = \sqrt[4]{36} = 2{,}45$ in circa, e $D = 40$, messi questi valori nella proporzione $D : d = 28\frac{1}{2} : \frac{12}{\sqrt[4]{A}}$, si avrà $40 : d = 28\frac{1}{2} : \frac{12}{2{,}45}$; e quindi si troverà $d = 6{,}87 = 7$ linee quasi.

463. *Coroll*. Se in vece del diametro del condotto fosse dato quello del foro, si troverebbe il diametro del condotto, servendosi della stessa proporzione $D : d = 28\frac{1}{2} : \frac{12}{\sqrt[4]{A}}$, nella quale tutti i termini, eccettuato D, son noti.

464. *Scolio*. Quando al condotto si dà la sola larghezza, che ricerca il calcolo, bisogna guardarsi bene dal non iscemarla o col mezzo delle chiavi destinate ad arrestare a piacere il corso dell'acqua, o delle graticciuole, che si mettono molte volte all'ingresso dell'acqua della conserva nel condotto, affine d'impedire il passaggio delle immondezze, o in fine delle materie straniere, che seco porta l'acqua nel condotto, e che si attaccano alle pareti interiori di questo. Se diventasse troppo stretto rispetto al suo foro, si scemerebbe la forza premente dell'acqua, diventando troppo sensibile la sua velocità (450.). Nel resto facendo il condotto un po' più largo, il getto niente perde della sua altezza. Però nella pratica bisogna sempre dare al condotto maggior larghezza di quella, che ne richiede la teoria.

PROBLEMA VI.

Date le aree dei fori scolpiti nella piastra, che cuopre l'estremità T (fig. 8.) *del condotto* MST, *ritrovare il diametro da darsi a questo, affinchè i getti al sortire di quelli si sollevino alla più grande altezza*.

465. SI supponga, che la piastra abbia tre fori a, b, c di diversa grandezza, e sia l'area

di $a = f$, di $b = \frac{1}{2} f$, di $c = \frac{1}{3} f$. Si cerchi poscia un foro d, l'area del quale ſia eguale alla ſomma delle aree degli altri tre fori, e ſi ponga quella $= m$. Egli è chiaro, che la quantità dell'acqua, che manda nel tempo t ſotto l'altezza AR dell'acqua nella conſerva ABDC il foro d, ſarà affatto eguale alla quantità dell'acqua, che dentro lo ſteſſo tempo, e ſotto la ſteſs' altezza AR mandano gli altri tre fori a, b, c. Infatti la quantità dell'acqua, che somminiſtra nel tempo t ſotto l'altezza AR il foro $d, = \frac{5}{8} mt \sqrt{(AR. 2g)}$ (100.), e quelle, che ſomminiſtrano nello ſteſſo tempo ſotto la ſteſs' altezza gli altri fori a, b, c ſono $\frac{5}{8} ft \sqrt{(AR. 2g)}$, $\frac{5}{8}. \frac{1}{2} ft \sqrt{(AR. 2g)}$, $\frac{5}{8}. \frac{1}{3} ft \sqrt{(AR. 2g)}$. Ora $\frac{5}{8} ft \sqrt{(AR. 2g)} + \frac{5}{8}. \frac{1}{2} ft \sqrt{(AR. 2g)} + \frac{5}{8}. \frac{1}{3} ft \sqrt{(AR. 2g)} = \frac{5}{8} t \sqrt{(AR. 2g)}. (f + \frac{1}{2} f + \frac{1}{3} f) = \frac{5}{8} t \sqrt{(AR. 2g)}. m$, eſſendo, ſiccome ſi ſuppone, $m = f + \frac{1}{2} f + \frac{1}{3} f$, oſſia finalmente $= \frac{5}{8} mt \sqrt{(AR. 2g)}$. Quindi, poichè il foro d ſomminiſtra la ſteſſa quantità d'acqua, che gli altri tre fori a, b, c, ſi può in vece di queſti conſiderare nella piaſtra il ſol foro d. In queſto caſo eſſendo nota l'area del foro d, noto ſi è anche il diametro dello ſteſſo (101.). Onde meſſo queſto valore nella proporzione $28 \frac{1}{2} : \frac{12}{\sqrt[4]{A}} = D : d$ al luogo di d, ſi troverà il diametro D da darſi al condotto MST,

affinchè l'acqua, che sorte dal foro *d*, ossia anche dai tre fori *a*, *b*, *c*, salga alla maggiore possibile altezza. Ciocchè ec.

466. *Scolio*. Qui però si suppone, che l'acqua, o sorta dal solo foro *d*, o dai tre fori *a*, *b*, *c*, patisca lo stesso sfregamento; il che non è esattamente vero, essendo lo sfregamento maggiore nel 2.°, che nel 1.° caso.

PROBLEMA VII.

Dato il condotto MST *di una data conserva prismatica piena di acqua, la elevazione* BR *del fondo* BD *della conserva sopra il foro* T *scolpito in una sottil lastra, e il diametro finalmente del foro* T, *ritrovare il tempo, in cui deve durare il getto, senzachè questo venga provvisto di altr'acqua.*

466. Si ha una conserva di acqua parallelepipeda, e rettangolare, che non si può riempiere, se non di tratto in tratto. La sua altezza presa interiormente è di 10, la base è un rettangolo lungo interiormente 10, e largo 8 piedi parig. Al fondo BD della conserva si ha d'applicare il condotto MST del diametro di 6 pollici in tutta la sua lunghezza, ch'è di 30 piedi. La elevazione finalmente BR del fondo BD sopra il piano orizzontale RT del luogo, dove avvi da essere il foro T del condotto per il getto, è

di

di 20 piedi. Si dimanda il tempo, in cui deve durare il getto senza esser provvisto di nuov'acqua, dando al foro T il diametro di un pollice? Io cerco

I. La quantità dell'acqua nella conserva, e la trovo = 800 piedi cubici, essendo l'altezza della conserva = 10, la lunghezza della base = 10, la larghezza finalmente di questa = 8 piedi.

II. L'altezza dell'acqua nella conserva dopo di aver riempiuto il condotto. Posta la ragione della circonferenza al diametro = 22: 7, trovo la base del condotto = $\frac{22}{112}$ di un piede quadrato. Quindi, essendo la lunghezza del condotto di 30 piedi, stabilisco la quantità dell'acqua contenuta in questo = $\frac{22}{112}$. 30 = 6 piedi cubici in circa. Quindi, poichè l'acqua, che resta nella conserva, = 800 — 6 = 794 piedi cubici, diviso questo numero per la base della conserva, ossia per 80, ho l'altezza dell'acqua residua nella conserva = $\frac{397}{40}$ piedi.

Ora si prolunghino i lati AB, CD della conserva fino al piano orizzontale RT, in cui trovasi il foro T. Egli è chiaro, che il getto sorte dal foro T con quella stessa velocità, che avrebbe, se fosse situato nella sezione *pp*, e sortisse dal vase AR*dc*. Però si può il foro T supporre collocato nella sezione *pp*. Cerco dunque

I. Il tempo, che deve nel vase AR*d*C mettere la superficie AC dell'acqua ad abbassarsi

ſino in BD. Sarà (205.) queſto tempo $t = \frac{8\,B}{5\,F} \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{2\,A}{g}\right)} - \sqrt{\left(\frac{2\,a}{g}\right)} \right)$, dove B eſprime l'area della base BD della conserva, F l'area del foro, A l'altezza AR della superficie dell'acqua reſidua nella conserva, dopo di aver riempiuto il condotto, sopra il foro, a l'altezza BR del fondo della conserva sopra lo ſteſſo foro, g finalmente la velocità, che acquiſta un grave discendendo liberamente in un secondo. Ora $B = 80$ piedi quadrati $= 11520$ poll. quadr. $F = \frac{11}{14}$ di un poll. quadr., $A = 20 + \frac{19}{40} = \frac{1197}{40}$ piedi (essendo BR di 20 piedi, e l'altezza dell'acqua reſidua nella conserva di $\frac{397}{40}$ piedi), $a = 20$ piedi, $g = \frac{162}{11}$ (39.) $= 30$ piedi in circa. Onde, fatta la soſtituzione, ſi avrà il tempo, che mette la superficie AC ad abbaſſarſi ſino in BD, oſſia ſi avrà $t = \frac{8 \,.\, 11520 \,.\, 14}{5 \,.\, 11} \,.\, \left(\sqrt{\left(\frac{2 \,.\, 1197}{40 \,.\, 30}\right)} - \sqrt{\left(\frac{2 \,.\, 20}{30}\right)} \right)$ secondi.

II. Il tempo, che mette la sezione MN ad abbaſſarſi ſino in pp, dove ſi concepisce il foro T del condotto. Si troverà queſto tempo col mezzo dell'equazione $T = \frac{8\,B}{5\,F} \cdot \sqrt{\left(\frac{2\,A}{g}\right)}$ (205.), dove B in queſto caso indica la sezione pp del condotto, e A l'altezza BR. Eſſendo $B = \frac{165}{14}$ poll. quadr., $F = \frac{11}{14}$ poll. quad., $A = 20$ piedi,

ſi troverà, fatta la ſoſtituzione, $T = \frac{8 \cdot 396 \cdot 14}{5 \cdot 14 \cdot 11} \cdot \sqrt{\left(\frac{2 \cdot 20}{30}\right)}$ secondi.

Quindi, aggiungendo queſt'ultimo tempo T al primo t, ſi troverà il tempo T', che mette la conserva ABDC inſieme colla parte MNpp del condotto a votarſi intieramente, oſſia poichè, quando la conserva ABDC inſieme colla parte MNpp del condotto è votata intieramente di acqua, ceſſa allora il getto, ſi avrà il tempo, in cui dura il getto senza bisogno di nuov'acqua, oſſia $T' = T + t = 4090$ secondi in circa $= 68$ minuti primi in circa. Ciocchè ec.

468. *Scolio*. Quando ſi vuol ritrovare con esattezza il tempo, in cui deve durare il getto senza eſſer provviſto di altr'acqua, che di quella della conserva, bisogna far uso del metodo già espoſto. Ma speſſe volte avviene negli uſi della vita, che baſta saperlo all'ingroſſo senza tanta esattezza. In queſto caso ſi può, ſiccome c'insegna il più volte lodato Sig. Ab. Boſſut, ritrovare, ricercando il tempo, che metterebbe la conserva nel dar la quantità dell'acqua, che contiene, se l'altezza dell'acqua contenuta foſſe coſtantemente eguale alla somma, che risulta, dell'intiera elevazione del fondo della conserva al di su del foro, per il quale ha da sortire il getto, e della metà della profondità dell'acqua nella conserva,

ossia nell'addotto esempio ricercando il tempo, che deve impiegare la conserva nel somministrare 800 piedi cubici, ossia 1382400 poll. cubici di acqua per un foro di un pollice di diametro sotto la costante profondità di 25 piedi (100.).

469. *Coroll.* Se si vuole, che il getto duri per un tempo 2, 3, 4 ec. volte maggiore, bisogna dare al foro T del condotto un'area 2, 3, 4 ec. volte minore, essendo i tempi, *caeteris paribus*, in ragione inversa delle aree dei fori. Onde se si vorrà, che il getto stabilito nel Problema duri quattro volte di più, senzachè abbia bisogno di altr'acqua, dovrà darsi al foro T il diametro di un mezzo pollice, essendo la superficie di un foro circolare di un mezzo pollice di diametro quattro volte minore di quella di un foro di un pollice di diametro.

CAPO V.

Dei getti obliqui.

470. SE l'acqua, mentre si lancia in un mezzo non resistente secondo la direzione o parallela, oppure obliqua all'orizzonte, non fosse tirata verso il centro della Terra dalla forza di gravità, si moverebbe essa perpetuamente secondo la stessa direzione, descrivendo in tempi eguali spazj sempre eguali. Ma, poichè l'acqua è grave;

siccome son tutti gli altri corpi, deve la gravità incessantemente allontanare il getto dalla direzione statagli impressa dalla pressione dell'acqua nella conserva, obbligandolo a descrivere nel suo moto una curva. Ma qual'è la natura di questa curva?

TEOREMA.

Si supponga, che l'acqua sorta (fig. 12.) *dalla conserva* ABCD *sotto la costante altezza* DC *per un piccol foro secondo la direzione* CM *obliqua all'orizzontale* CN. *Dico, che se sopra l'altezza* DC *si descriverà il semicerchio* CRD, *se poi dal punto* R, *dove il semicerchio taglia la direzione obliqua del getto, si condurrà al diametro* DC *la perpendicolare* Rd *prolungata in* S *in modo, che sia* RS = Rd, *se di più si calerà dal punto* S *la perpendicolare* SO *nell'orizzontale* CN, *se finalmente intorno di* SO, *come intorno del suo asse si descriverà per il punto* C *la parabola* CSN, *il getto dovrà nel suo moto percorrere la parabola* CSN.

471. Si prolunghi DC in F indefinitamente, e OS in G, dov'essa concorre coll'obliqua direzione CM del getto, e a questa dal punto S si tiri la retta SE parallela. Poichè i due triangoli

dRC, SRG sono, ſiccome ciaſcun vede, eguali, e le rette dS, CN fra loro parallele, debbono eſſere eguali OS, SG. Perciò la direzione obliqua CM del getto tocca nel punto C la parabola CSN, e la retta SE parallela a quella è una semiordinata, che appartiene al diametro CF della ſteſſa parabola. Si ponga S' lo spazio, che deſcrive il getto ſecondo la direzione CM nel tempo, in cui un grave cade dall' altezza DC, e s' lo spazio, che lo ſteſſo deſcrive ſecondo la ſteſſa direzione nel tempo, in cui un grave cade dall' altezza dC. Egli è chiaro, che, eſſendo nella diſceſa dei gravi i tempi come le radici degli spazj deſcritti, deve ſtare $S' : s' = \sqrt{DC} : \sqrt{dC}$, oſſia poichè per la natura del cerchio ſtà $DC : CR = CR : dC$, e quindi per la natura della proporzione continua $\sqrt{DC} : \sqrt{dC} = DC : CR$, deve ſtare $S' : s' = DC : CR = 2DC : 2CR$. Ora lo spazio S', che il getto deſcriverebbe uniformemente colla velocità, che conviene all'altezza DC dell'acqua nella conſerva nel tempo, che un grave da quell'altezza cade, ſecondo la direzione CM, $= 2DC$ (29.). Però anche lo spazio s', che il getto deſcrive ſecondo la ſteſſa direzione CM, e colla ſteſſa velocità uniformemente nel tempo, che cade dall' altezza dC, dev' eſſer $= 2CR$, oſſia per l'eguaglianza delle rette CR, $RG = CG$. Adunque il getto nel tempo, che mette nel moverſi equabilmente in vigore della ſua forza di projezione da C in

G lungo la retta CM, discende in virtù della sua gravità per uno spazio dC, ossia GS, e quindi in fine di quel tempo deve trovarsi nel punto S della parabola.

Si prenda ora un altro punto q della parabola CSN, e si tiri da questo la semiordinata qP parallela all'altra ES, e si termini il parallelogrammo $CPqQ$. Si chiamino T, t i tempi, che metterebbe il getto nel descrivere equabilmente colla velocità, che conviene all'altezza DC dell'acqua nella conserva, gli spazj CQ, CG. Essendo nel moto equabile gli spazj come i tempi, starà $CG : CQ = t : T$, e perciò $CG^2 : CQ^2 = t^2 : T^2$, ossia $t^2 : T^2 = ES^2 : Pq^2$, ossia, poichè i quadrati delle semiordinate ES, Pq sono secondo la dottrina delle sezioni coniche proporzionali alle ascisse corrispondenti, $= CE : CP = GS : Qq$. Ora si chiami t' il tempo, che mette un grave nel cadere dall'altezza GS, T' quello, che lo stesso mette nel cadere dall'altezza Qq. Si avrà secondo la dottrina della discesa dei gravi $t'^2 : T'^2 = GS, Qq$. Però, essendovi nelle due ultime proporzioni la stessa ragione $GS : Qq$, si avrà anche $t^2 : T^2 = t'^2 : T'^2$, ossia $t : T = t' : T'$.

Ma abbiam dimostrato di sopra, che nel tempo t', in cui un grave cade da G in S, il getto in virtù della sua forza di projezione descrive lo spazio CG equabilmente, ossia che $t = t'$. Onde anche $T = T'$, ossia nel tempo T',

in cui un grave cade da Q in q, il getto deve descrivere in vigore della ſteſſa forza di projezione lo spazio CQ; e quindi in fine di queſto tempo deve ritrovarſi nel punto q della parabola CSN. La dimoſtrazione ha luogo anche negli altri punti. Ciocchè ec.

472. *Coroll.* I. Poichè la retta Sd tirata dal vertice S della parabola CSN al diametro CD prolungato in F indefinitamente fa la parte dC di queſto eguale all'asciſſa CE, dev' eſſer tangente della parabola nel punto S.

473. *Coroll.* II. Quindi ſi vede, che, affinchè il getto sortendo dal foro secondo la direzione obliqua CM, che tocca nel punto C la parabola CSN, poſſa queſta descrivere nel suo moto, deve l'altezza DC dell'acqua nella conserva al di su del punto C eſſere eguale ad un quarto del parametro della parabola CSN riferita al diametro CF. Imperocchè eſſendo, ſiccome ſi dimoſtra nelle sezioni coniche, il quadrato della semiordinata eguale al prodotto dell'asciſſa corrispondente nel parametro, ſi avrà, chiamato P il parametro, $P.EC = SE^2$. Ma poichè $SE = CG = 2CR$, sarà $SE^2 = 4CR^2, = 4DC.dC$, eſſendo CR^2 per la natura del circolo $= DC.dC$. Meſſo adunque il valore ritrovato al luogo di SE^2, ſi avrà $P.EC = 4DC.dC$, osſia ſi avrà $P = 4DC$, e quindi $DC = \frac{1}{4}P$. Se la parabola CSN ſi riferisce al suo aſſe, ſi trova, condotta al punto S vertice della parabola la

tangente dS, si trova, dico, che l'altezza Dd dell'acqua nella conserva sopra la tangente dS dev'esser $= \frac{1}{4}P$, essendo in questo caso $P.SO = CO^2 = dS^2 = 4dR^2 = 4Dd.dC$; e quindi $P = 4Dd$, e $Dd = \frac{1}{4}P$.

474. *Scolio*. Quando la resistenza dell'aria è di poco momento, siccom'è tale nei piccoli getti, allora il getto descrive una curva sensibilmente parabolica; del che ciascun può far prova, prendendo un vase di mediocre altezza pieno di mercurio, al di cui foro applicato sia un piccol tubo diretto all'insù obliquamente. Ma se l'altezza dell'acqua nella conserva è molto grande, i getti d'acqua per la loro grande velocità patiscon dall'aria una sì grande resistenza, che non si può considerare la curva, che descrivono, come parabolica. Qual sia la curva, che in questo caso percorrono i getti all'aria, non è ancora stato dai Geometri esattamente determinato.

PROBLEMA I.

Data l'altezza dell'acqua nella conserva, e l'obliqua direzione del getto, ritrovare la massima altezza, e ampiezza della parabola da descriversi dal getto.

475. Sia DC l'altezza dell'acqua nella conserva, e CM la direzione obliqua del getto.

Sopra di DC, come sopra di un diametro si descriva il semicerchio DRC, e dal punto R, dove il semicerchio taglia la direzione del getto, si conduca la perpendicolare Rd. Egli è chiaro, che la massima altezza della parabola da descriversi dal getto dev'esser $= d$C, e la massima ampiezza della stessa $= 4d$R. Infatti si prolunghi la perpendicolare dR fino in S, cosicchè dR $=$ RS. Sarà CSN la parabola, che descriverà il getto nel suo moto. Si vede, che la massima altezza della parabola CSN è l'asse OS $= d$C, e la massima ampiezza della stessa è l'ordinata CN $=$ 2CO $=$ 2dS $=$ 4dR. Quindi, prendendo la semplice misura della retta dC, si ha la massima altezza, e prendendo il quadruplo della misura della semicorda Rd si ha la massima ampiezza della parabola da descriversi dal getto. Ciocchè ec.

476. *Coroll.* I. Poichè crescendo l'angolo MCN, che forma la direzione obliqua CM del getto coll'orizzontale CM, cresce anco l'arco CR, la metà del quale si è la misura dell'angolo MCN, e quindi anche cresce le retta dC, la massima altezza del getto deve diventare tanto più grande, quanto più grande diventa l'angolo MCN, cosicchè se diventa retto, ossia se la direzione del getto diventa perpendicolare all'orizzonte, la massima altezza del getto dev'essere eguale all'altezza dell'acqua nella conserva (443.).

477. *Coroll.* II. La massima ampiezza di

tutte le parabole, che il getto sotto la ſtess' altezza dell'acqua nella conserva può descrivere, ſi ha, quando l'angolo nCN, che forma la direzione Cn del getto coll'orizzontale CN, è di 45 gradi, eſſendo in queſto caso $= 4cn$, dove cn è la maſſima semicorda del cerchio. Ond'è, che ſi lancia il getto sotto la ſtess' altezza della conserva alla maſſima diſtanza, quando ſi dà al tubo, da cui sorte, l'inclinazione di 45 gradi coll' orizzonte.

478. *Coroll.* III. Si prendano due archi nR, nm sotto, e sopra il punto n del quadrante del semicerchio DRC. Egli è chiaro, che o ſi lanci il getto secondo la direzione CR, o secondo la direzione Cm sotto la ſtess' altezza dell' acqua nella conserva, la maſſima ampiezza della parabola, ch' eſſo descrive, dev' eſſer in ambedue i caſi la ſteſſa, eſſendo le semicorde Rd, mp eguali. Si può dunque sotto la ſteſſa altezza dell' acqua nella conserva far cader il getto alla ſteſſa diſtanza anche quando eſſo viene lanciato secondo due differenti direzioni CR, Cm, che declinano egualmente dall' angolo semiretto nCN. Si sceglie la seconda direzione, quando ſi vuole sollevare il getto a maggiore altezza.

479. *Coroll.* IV. Sia data l'altezza DC dell' acqua nella conserva, e la diſtanza CN, alla quale ſi vuol lanciare il getto. Se ſi prenderà $CV = \frac{1}{4} CN$, e se dal punto V ſi alzerà la

perpendicolare V *m*, che incontri il semicircolo DRC nei punti R, *m*, si avranno le due direzioni CR, C*m*, secondo le quali il getto lanciato potrà arrivare sotto la data altezza DC dell' acqua nella conserva alla data distanza CN. Se la perpendicolare alzata incontrasse il semicerchio nel solo punto *n*, sarebbe segno, che il getto sotto l'altezza DC non può arrivare alla data distanza, se non per una sola direzione, vale a dire per quella sola direzione, che contiene coll' orizzontale CN un angolo di 45 gradi, essendo in questo caso la data distanza CN la massima di tutte le ampiezze delle parabole, che sotto l' altezza CD della conserva può descrivere il getto. Se finalmente la perpendicolare non incontrasse in verun punto il semicerchio, sarebbe segno, che sotto l' altezza CD della conserva non può a tale distanza arrivare il getto. Onde se si vuole, che vi arrivi, bisogna accrescere l'altezza dell' acqua nella conserva.

PROBLEMA II.

Data l' altezza DC *dell' acqua nella conserva, e la direzione obliqua* CM *del getto, determinare l' altezza, alla quale salirebbe il getto nel tempo, che descrive la parabola* CSN, *se non fosse tratto dalla propria gravità verso il centro della Terra.*

490. DAll' estremità N della parabola CSN si alzi la verticale NM, finchè concorra col punto M della direzione CM del getto. Egli è chiaro, che nel tempo impiegato nella descrizione della parabola CSN il getto avrebbe percorsa uniformemente colla velocità, che conviene all' altezza DC dell' acqua nella conserva la retta CM, innalzandosi sopra l' orizzontale CM per lo spazio NM (471.). Ora nei due triangoli simili GCO, MCN stà MN: GO = NC: OC. Quindi, poichè l'ordinata NC viene dall'asse SO della parabola tagliata per metà, ossia poichè NC = 2OC, anche NM dev' esser = 2GO, ossia, essendo GO = 2SO, dev'esser = 4SO. Il getto adunque nel tempo, che descrive la parabola CSN, salirebbe, se non fosse grave, ad un'altezza quattro volte maggiore della massima altezza della parabola, che descrive. Ciocchè ec.

CAPO VI.

Delle fontane artificiali, e dei loro getti prodotti specialmente dall' elasticità dell' aria.

491. LE fontane sono o *artificiali*, o *naturali*. Le prime vengon fatte dalle operazioni degli Uomini, le altre da quelle della Natura. Di questa specie sono le maravigliose fontane di

Modena. Ivi, ed a quattro miglia in giro, ovunque si cavi, allorquando si giunge alla profondità di 63 piedi romani, si trova uno strato di una specie di tufo, o materia consimile assai dura, e sotto di quello sentesi il romore di un' acqua corrente, che pare il mormorio di un vero fiume sotterraneo. Se qui si pianta la base di un pozzo, se poi si fa l' intiero edifizio fino in cima, se in fine con una trivella si trafora lo strato di tufo, si osserva, che l'acqua vi sale con tanta violenza, che in breve tempo riempie il pozzo benchè sì profondo. Ond' è, che gli operaj, per non restar nell'acqua affogati, prima di ritirare la trivella sorton fuori del pozzo, e con una lunga fune la tirano a se. Il Sig. Vallisnieri con ragione crede, che le acque, che in forma di pioggia, e di neve cadono sulle montagne del Modenese, e del Reggiano, e spezialmente sulle alpi di S. Pellegrino, discendano per occulte vie interiori, e formino quel fiume sotterraneo.

492. Le fontane artificiali si dividono in *idrauliche*, ed in *pneumatiche*. Le prime operano per via della gravità dell' acqua: le seconde per via della elasticità dell' aria. Quelle tiran l'acqua, che serve al mantenimento del getto, da una conserva situata in un luogo molto più alto mediante dei tubi collocati sotto terra: queste contengono dentro di se l'acqua, che lanciano in virtù della pressione, che su di essa fa la elasticità dell' aria rinchiusa. Per avere una fontana idrau-

lica basta fabbricare un gran recipiente ABDC (fig. 8.) su di un luogo alto, riempierlo poscia di acqua, ossia questa condotta da un luogo più alto, ossia elevata da un luogo più basso mediante qualche macchina, e applicare finalmente al di lui fondo un condotto MST, che scendendo porti sotto terra l'acqua, che riceve dalla conserva, al luogo T destinato per il getto. Quando l'acqua, che scende per il condotto, ha un corso libero, la velocità, che anima il getto all'ascesa, si deve parte alla pressione dell'acqua nella conserva, parte anche alla discesa dell'acqua lungo il condotto. La prima comunica all'acqua nell'atto, che questa sorte dal foro MN, una velocità eguale a quella, che avrebbe acquistata un grave in fine della sua libera discesa dall'altezza AB dell'acqua nella conserva: l'altra le comunica un'altra velocità eguale a quella, che avrebbe acquistata un grave in fine della sua libera discesa dall'altezza BR, essendo questo lo spazio, che percorre l'acqua discendendo nel suo moto lungo il condotto MST. Ond'è, che il getto sorte dal foro T con velocità capace di salire, tolti gl'impedimenti, all'altezza RA della conserva.

493. Le fontane Idrauliche, oltre l'acqua, che ci somministrano per li bisogni della nostra vita, ci offrono molte volte dei varj, e giocondi spettacoli, siccome si osserva in più città, e giardini, dove i getti, ch'esse mandano, ora si

lanciano secondo diverse direzioni, descrivendo nell'aria diverse parabole, ora si sollevano verticalmente a guisa di colonne, che poi ricadono sopra di se stesse, ora si spandono nell'ascesa a forma di lenzuoli, ora imitano la pioggia, e la neve del cielo, ora finalmente innalzano picciole palle, e non le lasciano mai precipitare in terra. Tutti questi giuochi dipendono dal numero, dalla figura, grandezza, disposizione, e modificazione dei fori, per li quali sorte l'acqua zampillante. Se all'estremità T del condotto MST, che porta l'acqua al getto, si salda un tubo verticale, e superiormente chiuso, che abbia nei suoi lati molti piccioli fori, aperto il passaggio, l'acqua riempie il tubo, siegue la direzione dei fori, e zampilla per questi secondo differenti direzioni, bagnando gli Spettatori, che non se ne avvedono. Così se si dà al tubo, donde sorte il getto, una direzione verticale, messavi sopra una palla fatta con una piastra di rame, questa viene sollevata dal getto ascendente, e si sostiene sempre in aria senza punto cadere in terra, purchè essa sia in un luogo non esposto al vento. Così se si salda all'estremità T del condotto una specie di coperchio fatto a guisa di lente, e pieno di picciolissimi fori, l'acqua zampilla per questi in forma di piccioli fili, e si sparpaglia in minutissime gocce, imitando la pioggia. Così anche se alla stessa estremità si saldano due segmenti sferici separati fra loro, ma assai prossimi l'uno all'altro,

e che

e che si possano avvicinare tra loro, ovvero allontanare per mezzo di una vite, l'acqua sortendo per quella strettezza, che giace tra l'uno, e l'altro segmento, si dilata in aria a guisa di un lenzuolo. Così finalmente se alla stessa estremità si salda un globo in modo, che questo essendo attaccato da una parte, e dall'altra al labbro, lascia nelle altre un angustissimo spazio, per cui l'acqua sia obbligata a passare, sortendo questa con impeto per quell'angustia, ed urtando nel globo si cangia in spuma, e imita la neve cadente dal Cielo.

494. Nelle fontane pneumatiche, il giuoco delle quali dipende dall'elasticità dell'aria rinchiusa, si può produrre il getto col mezzo della condensazione, o della dilatazione della stess'aria causata dall'azione del fuoco, o dell'indebolimento della pressione dell'aria esterna. I primi due mezzi accrescono la elasticità dell'aria rinchiusa (52., 54.), e l'ultimo lascia, che prevalga l'elasticità naturale della stessa, ch'è più forte della pressione dell'aria esterna, che si oppone all'uscita del getto. Quindi è, che, se il vase N*a*O*d* è pieno (fig. 13.) di acqua fino al piano orizzontale *ad*, e se gli viene applicato il tubo NO, cosicchè l'aria, che occupa la parte superiore *a*N*d* del vase, non vi possa sortire, si ha sempre, aperta la chiave F del tubo, il getto, ossia l'aria, che occupa la parte *a*N*d* del vase, nello stato di condensazione, ossia nello stato della

sua naturale densità, purchè in quest'ultimo caso venga o accresciuta la sua elasticità mediante il fuoco, siccome succede, immergendo il vase in un bagno di acqua bollente, oppure scemata la pressione dell' aria esterna sull' orifizio del tubo, siccome avviene, allorchè, messo il vase sotto il recipiente della Macchina pneumatica, si estrae l' aria. Ma quanta dev' essere in ciascun caso l'altezza del getto?

PROBLEMA I.

Data nella fontana di compressione *la densità dell' aria rinchiusa, ritrovare l' altezza, alla quale, tolto di mezzo ogni ostacolo, si deve sollevare nell' aria il getto, mentre gli si apre il passaggio, al di su della superficie dell' acqua contenuta sul principio del suo movimento.*

495. La fontana, che si chiama *di compressione*, perchè il getto dell' acqua vien prodotto dalla elasticità dell' aria dentro di essa fortemente compressa, ossia condensata, non è altro, che un vase di rame di una figura a piacere, per esempio di una pera posata su di un piede CD (fig, 13.), Si applica al vase col mezzo di una vite il tubo NO in modo, che la sua estremità superiore N, che è fornita della chiave F, sporge

fuori del vase, e l'altra, ch'è aperta intieramente, tocca quasi il fondo dello stesso, non essendo essa distante, se non una linea. Per avere in questa fontana il getto si svita il tubo N O, e si riempie di acqua il vase sino a due terzi in circa della sua capacità, ossia sino al piano *a d*. Poscia rimesso il tubo N O al suo luogo si svita il piccol pezzo N, e vi si applica la piccola tromba premente P R (fig. 6. tom. II.), col mezzo della quale vi si fa entrare molt'aria nel vase. L'aria spinta dallo stantuffo (fig. 13.) passa per il tubo N O, e in seguito per la sua respettiva leggierezza traversa l'acqua, e si porta ad unirsi all'aria, che occupa la parte superiore del vase, ove accresce la di lei densità. Finalmente si chiude la chiave F, si leva la tromba premente, e s'invita al di lei luogo uno spillo, che porta uno, o più piccoli fori.

Si ponga n il numero delle volte, che la densità dell'aria condensata nella fontana contiene la densità dell'aria dell'atmosfera presso la Terra. Egli è chiaro, che la pressione, che sostiene all'insù la mutua sezione *g g* del tubo N O, e della superficie *a d* dell'acqua dalla elasticità dell'aria rinchiusa, dev'essere eguale al peso di una colonna d'acqua della base *g g*, e dell'altezza di $(32 + \frac{2}{3}) . n$ piedi. Ma poichè la stessa sezione *g g* viene premuta all'ingiù dall'aria dell'atmosfera, dove, siccome si suppone, si fa il getto, con forza eguale al peso di una colonna d'acqua della base

gg, e dell'altezza di $32\frac{2}{3}$ piedi, la forza attollente dell'aria rinchiusa non può essere, che soltanto eguale alla differenza dei pesi delle due colonne, ossia $= (32 + \frac{2}{3}) . n - 32 - \frac{2}{3} = (32 + \frac{2}{3}) . (n - 1)$ piedi parig. Perciò, tolto di mezzo ogni ostacolo, deve il getto sul principio del suo moto, allorchè gli si apre il passaggio, salire nell'aria all'altezza di $(32 + \frac{2}{3}) . (n - 1)$ piedi al di su della superficie ad dell'acqua rinchiusa. Ciocchè ec.

496. *Scolio*. Dissi *sul principio del moto*. Imperocchè, mentre s' abbassa la superficie ad dell' acqua nel proseguimento del getto, l' aria rinchiusa nella di lui parte superiore si spande in maggiore spazio. Perciò, scemata la forza della sua elasticità, si scema anche l' altezza del getto.

497. *Coroll.* I. Poichè la quantità $- 1$ della formola superiore svanisce, allorchè il getto della fontana di compressione si fa nel voto, deve essere in questo caso la sua altezza $= (32 + \frac{2}{3}) . n$ piedi. Onde se l' aria, che riempie la parte superiore del vase, avrà la stessa densità, che l'aria presso la Terra, messa la fontana in uno spazio perfettamente voto, dovrà il getto salire all' altezza di $32 + \frac{2}{3}$ piedi al di sopra della superficie ad dell'acqua rinchiusa, diventando in quest' altro caso $n = 1$.

498. *Coroll.* II. Si ponga, che la densità dell' aria dell' atmosfera si muti, mentre la rinchiusa nella fontana conserva la sua densità. Egli

è chiaro, che, chiamata a l'altezza della colonna d'acqua, che corrisponde alla pressione dell'aria esterna, ovvero alla elevazione del mercurio nel barometro, sarà l'altezza, a cui salirà in quest' altro caso il getto al di su di ad sotto l'attuale pressione dell'atmosfera, $= (32 + \frac{2}{3}).\ n - a$. Però, se l'aria nella fontana sarà della stessa densità, che l'aria dell'atmosfera presso la Terra, e se si scemerà la pressione dell'atmosfera, dovià essere la elevazione del getto al di su della superficie $ad = 32 + \frac{2}{3} - a$ piedi parig., essendo in questo caso $n = 1$.

499. *Coroll.* III. Dato l'aumento, che produce nella elasticità dell'aria presso la Terra un dato grado di calore, si troverà l'altezza, alla quale salirà il getto della fontana di compressione al di su della superficie dell'acqua contenuta sotto la pressione dell'atmosfera, se all'aria rinchiusa venisse applicato quel grado di calore, $= (32 + \frac{2}{3} + m).\ n - 32 - \frac{2}{3}$ piedi parig., dove m dinota in piedi quell'aumento, ossia l'altezzà della colonna d'acqua, che gli corrisponde. Quindi se all'aria della fontana si applicherà il calore dell'acqua bollente, posta la di lei densità eguale a quella della stessa presso la Terra, il getto si solleverebbe sotto la pressione dell'atmosfera al di su del livello dell'acqua contenuta all'altezza di $\frac{1}{3}.\ (32 + \frac{2}{3})$, ossia di $10 + \frac{8}{9}$ piedi parig., essendo nella formola superiore $n = 1$, e $m = \frac{1}{3}.\ (32 + \frac{2}{3})$ piedi, giacchè, siccome abbiam

più volte detto, il calore dell'acqua bollente accresce la elasticità dell'aria rinchiusa di un terzo, ossia di $\frac{1}{3}$. ($32 + \frac{2}{3}$) piedi di acqua.

500. *Coroll.* IV. La parte gN del tubo NO, la quale giace al di su della superficie *ad* dell'acqua nella fontana, si dica l. Egli è chiaro, che, levando questa parte del tubo NO dall' altezza del getto al di su della superficie *ad* dell' acqua rinchiusa, si avrà l' altezza dello stesso al di su del foro, dond' esso sorte, e sarà $= (32 + \frac{2}{3}).(n - 1) - l$ piedi parig. Nello stesso modo si troverà la suddett' altezza anche nei casi dei Corollarj superiori, aggiungendo alle formole di questi la quantità costante $- l$, giacchè qui, siccome abbiam già avvertito (496.), non si tratta, se non del principio del movimento del getto, nel quale la superficie *ad* dell'acqua contenuta non muta sensibilmente la sua posizione.

PROBLEMA II.

Data la lunghezza della parte Ng *del tubo* NO *posta al di su della superficie* ad *dell'acqua nella fontana di compressione, e data l'altezza, a cui ha da salire nell'aria il getto al di su del foro, non ostante gl' impedimenti, ch' esso incontra nella sua ascesa, ritrovare la densità da darsi all' aria rinchiusa nella parte superiore della fontana, affinchè il getto possa arrivare a quell'altezza.*

501. Si supponga, che l'aria rinchiusa abbia la densità, che si dimanda. Egli è chiaro, che, chiamata x l'altezza della colonna d'acqua, che conviene alla densità dell'aria rinchiusa, e posto p il peso di un piede cubico di acqua, dev'esser la pressione, che sostiene all'insù dall'aria la sezione gg del tubo NO, e della superficie ad dell'acqua $= gg . xp$, siccome consta dall'Idrostatica. Ora si cerchi

I. La pressione, che sosterrebbe la sezione gg, se la parte gN del tubo NO fosse piena di acqua. Si troverà $= gg . lp$, dove l esprime l'altezza della parte gN del tubo NO.

II. La pressione, che dall'aria dell'atmosfera sosterrebbe all'ingiù la stessa sezione gN del tubo NO: Si troverà $= gg . Ap$, dove A dinota l'altezza di $32\frac{2}{3}$ piedi di una colonna d'acqua.

III. L'altezza, che deve avere secondo la Tavola dei getti (451., 453.) la conserva dell'acqua al di sopra del foro N, donde sorte il getto, perchè questo, non ostante gl'impedimenti, che incontra nella sua ascesa, possa giungere alla data altezza, e sia essa $= a$.

IV. La pressione in fine, che farebbe una colonna di acqua sul foro N del tubo NO, se avesse l'altezza a. Si troverà $= gg . ap$.

Egli è chiaro, che affinchè il getto, superati gli ostacoli, che incontra nella sua ascesa, possa sotto la pressione dell'atmosfera salire alla

data altezza al di su del foro, donde sorte, deve esser $gg \cdot xp = gg \cdot lp + gg \cdot Ap + gg \cdot ap$. Perciò l'altezza della colonna d'acqua conveniente alla densità dell' aria rinchiusa, ossia alla densità ricercata dell' aria rinchiusa dev' esser, ovvero $x = l + A + a$. Perciò anche, se si farà $l + A + a : A$, si troverà la ragione della densità ricercata dell' aria rinchiusa alla densità dell' aria esterna presso la Terra. Così si troverà, perchè possa il getto salire nell' aria all' altezza di 100 piedi al di su del foro N, deve nella ipotesi, che la parte Ng del tubo NO sia di $1\frac{1}{2}$ piedi, stare la densità dell' aria rinchiusa a quella dell' esteriore $= 502 : 98$. Ciocchè ec.

PROBLEMA III.

Data la densità dell' aria rinchiusa nella fontana di compressione, il diametro, e la coerenza della materia del vase, ritrovare la grossezza da darsi alle pareti di questo, affinchè possa il vase reggere allo sforzo della elasticità dell' aria rinchiusa nell' ipotesi, ch' esso sia cilindrico.

502. NOi abbiam detto (495.), che al vase della fontana di compressione si può dare una figura a piacere. Si ponga dunque, ch' esso sia cilindrico, e si dica n il numero delle volte,

che la densità dell' aria rinchiusa nella di lui parte superiore contiene la densità dell' aria dell' atmosfera presso la Terra. Poichè la densità dell' aria rinchiusa è n volte maggiore della densità dell' esterna, lo sforzo, che fa la elasticità di quella sulla cavità di uno degli anelli infinitesimi, nei quali si può concepir diviso il vase, dev' essere eguale allo sforzo, che sulla stessa sarebbe una colonna di acqua dell' altezza di $(32 + \frac{2}{5}).\ n$ piedi parigini. Ma poichè il vase si ritrova, siccome si suppone, nell' aria dell' atmosfera, quest' aria in virtù della sua contraria pressione sulla convessità dello stesso anello ne impedisce la rottura con forza eguale al peso di una colonna di acqua dell' altezza di $32 + \frac{2}{5}$ piedi parigini. Adunque lo sforzo, che tende a far crepare l' anello MOPN (fig. 35.), è uguale soltanto alla differenza degli sforzi delle due colonne di acqua, ossia è uguale allo sforzo, cha sarebbe sulla cavità di quello una colonna di acqua dell' altezza di $(32 + \frac{2}{5}).\ (n - 1)$ piedi parigini. Quindi, poichè nella proporzione S: $s = \frac{AD}{C} : \frac{ad}{c}$ (439.) oltre la quantità a ritrovata son date anche le altre d, c, si troverà la grossezza s da darsi alle pareti del vase, affinchè regga senza rompersi allo sforzo della elasticità dell' aria rinchiusa. Ciocchè ec.

503. *Scolio.* In pratica bisogna sempre dare una grossezza maggiore della calcolata, essendo la

pressione dell'atmosfera variabile secondo i tempi, e i luoghi della Terra. Se alle pareti del vase della fontana si dasse la grossezza testè determinata, diventando la pressione dell' atmosfera minore di 28 pollici di mercurio, il vase non più reggerebbe alla forza espansiva dell'aria rinchiusa. Inoltre la grossezza ritrovata è sufficiente soltanto per quella parte del vase, la quale racchiude l' aria. Se si vuole, che il vase non crepi, bisogna dare almeno alle di lui pareti inferiori una grossezza conveniente alla pressione dell' aria, e dell' acqua rinchiusa, aggiungendo all' altezza della colonna d' acqua, che conviene alla elasticità dell' aria rinchiusa anche l'altezza dell' acqua contenuta.

PROBLEMA IV.

Determinare l' altezza, alla quale sale il getto nella fontana di Erone.

504. LE parti, che la compongono (fig. 14.), sono la cassa ABCD di ottone chiusa d' ogni parte ermeticamente, e piena quasi intieramente di acqua, cioè fino al piano *ad*: l'altra cassa EFGH di ottone chiusa parimente d' ogni parte ermeticamente, eguale alla prima, e piena soltanto di aria atmosferica nel di lei stato naturale di densità: il tubo MO saldato esattamente alle lastre

AD, BC, EH, l'estremità M del quale, ch'è fatta ad imbuto, sporge fuori della macchina, l'altra O arriva quasi al fondo FG della cassa EFGH: il tubo Q*q* saldato esattamente alle lastre BC, EH delle casse, l'estremità Q, del quale è vicinissima alla lastra superiore AD della cassa ABCD, l'altra *q* non oltrepassa la lastra superiore EH dell'altra cassa: il tubo finalmente PR saldato esattamente alla lastra AD, l'estremità R del quale, ch'è prossima al fondo della cassa ABCD, è intieramente aperta, l'altra, che sporge fuori della macchina, è coperta da una sottil lastra, dove avvi nel mezzo scolpito un piccol foro.

Si chiuda ora con un dito il piccol foro P del tubo PR, e si versi dell'acqua nel tubo MO, finchè questa occupi la parte *f*G della cassa EFGH. Sarà in questo caso tolta affatto la comunicazione dell'aria esterna coll'aria rinchiusa nelle due casse. Si continui a versar l'acqua nel tubo MO. Si ponga, che l'acqua versata occupi nella cassa EFGH lo spazio *e*G, e che riempia il tubo MO fino in M. Egli è chiaro, che la pressione, che l'aria rinchiusa nello spazio E*eh*H esercita su ciascuna parte della superficie *eh*, dev'essere eguale al peso di una colonna d'acqua, la quale avesse per base la parte premuta, e per altezza l'altezza MN dell'acqua contenuta nella parte NM del tubo MO.

Ma poichè la densità dell'aria rinchiusa

nello spazio *AadD* è uguale alla densità dell'aria rinchiusa nello spazio *EehH*, deve anche ciascuna parte della superficie *ad* esser premuta all' ingiù dall'aria, che stà nello spazio *AadD*, con forza eguale al peso della stessa colonna d'acqua. Onde, presa la sezione *pr* del tubo PR col piano orizzontale *ad*, dovrà questa sezione esser premuta all'insù dall'elasticità dell'aria rinchiusa con forza eguale al peso di una colonna d'acqua, che abbia per base la stessa sezione *pr*, e per altezza l'altezza MN dell'acqua contenuta nel tubo MO sopra il piano *eh*. Però, levato il dito dal piccol foro P, deve il getto sollevarsi all'altezza *p*Z = MN. Ciocchè ec.

505. *Scolio*. Quando la base superiore della cassa ABCD è fatta a guisa di conca, ed ha l'estremità M del tubo MO nella stessa sua superficie, cosicchè l'acqua, che manda il getto, cadendo vi possa ritornare, allora il getto dura, finchè la superficie *ad* sia discesa in R, ossia finchè sia sortita dalla Macchina tutta l'acqua sotto la suddetta superficie, e sotto l'altezza *r*R, senzachè ci sia bisogno di nuov'acqua. Chi desidera di leggere la dottrina dei getti di acqua trattata con tutta l'estensione, e profondità, deve ricorrere alla Dissertazione, che sopra di questo soggetto diede alla luce in Mantova nel 1775. con un'appendice sul moto dei corpi nei mezzi resistenti il Chiariss. P. Gregorio Fontana delle Scuole Pie.

LIBRO V.

DELL' AZIONE DEI FLUIDI, E DEI FENOMENI, CHE NE DERIVANO.

CAPO I.

Della misura della percoſſa dei Fluidi.

506. UN mobile oſſia fluido, oſſia solido, se incontra nel suo cammino un altro corpo, che oſti al proseguimento del suo moto, lo *percuote*, sforzandoſi, dirò così, col suo moto di rispinger l'oſtacolo, affine di poter continuar il suo moto secondo la sua primiera direzione. La percoſſa, che fa il mobile, chiamaſi *diretta*, se il mobile colpisce l'oſtacolo perpendicolarmente: *indiretta*, se obliquamente.

507. La percoſſa dei fluidi non ſi fa nello ſteſſo modo, che quella dei solidi. Le parti di queſti eſſendo fra loro unite, e legate aſſieme, non poſſon percuotere un corpo, se non tutte

assieme. Quindi è, che la forza della percossa diretta dei solidi è sempre come il prodotto della lor massa nella velocità. Ma nei fluidi quello strato, che immediatamente viene esposto all'ostacolo, fa la percossa. Gli altri strati, essendo gli uni dagli altri separati, ritengono la loro velocità, mentre il primo la perde nell'urto, e non fanno la percossa, se non successivamente l'uno dopo l'altro, cosicchè questa si rinnova in ciascun momento di tempo quasi nella stessa guisa, che in ciascun momento si rinnova la pressione di un grave sostentato. Però per valutare la forza della percossa dei fluidi non si deve già prendere il prodotto della loro velocità in tutta la massa, ma soltanto in quella parte di questa, che nello stesso momento percuote l'ostacolo.

508. Se un fluido si potesse considerare come un composto di differenti fili tutti fra loro paralleli, tutti equabilmente mossi colla stessa velocità, e secondo la stessa direzione, se di più le particelle, donde sono composti i fili, dopo di avere fatta successivamente la percossa non turbassero in verun modo il moto delle altre, che vengono appresso, ossia piegassero ai lati dell'ostacolo, lasciando il loro luogo ai successivi urti delle seguenti, si avrebbero con esattezza le leggi della percossa dei fluidi. Ma per disgrazia dell'Idraulica tutte queste supposizioni, che fanno i Matematici nel determinare la misura della percossa dei fluidi non hanno nella

Natura luogo se non imperfettamente. Quindi è, che, anche prescindendo dagli altri impedimenti, che provengono dalla tenacità delle particelle dei fluidi, dalla scabrezza dell'ostacolo ec., la teoria della percossa dei fluidi non si può in pratica considerare, se non come imperfetta, non ostante gli sforzi dei maggiori Geometri della moderna Filosofia per perfezionarla.

509. *Scolio*. Suppongo qui I. che l'ostacolo, in cui urta il fluido, stia in quiete. II. che le particelle del fluido percuziente abbian tutte le stesse velocità. Quando l'ostacolo si move secondo la stessa direzione del fluido, bisogna allora considerare soltanto l'eccesso della velocità del fluido sopra quella dell'ostacolo; la somma poi delle loro velocità, allorchè l'ostacolo in vece di fuggire l'urto del fluido gli va in contro. Quando poi le velocità delle particelle del fluido percuziente sono disuguali, bisogna ricercare la velocità media, e riguardar questa come la loro velocità.

TEOREMA.

Le percosse, che due corpi simili ricevono da due differenti fluidi nello stesso tempo, e nello stesso modo, sono in ragione composta delle superficie dei solidi, delle densità, e dei quadrati delle velocità dei fluidi.

510. Si supponga sul principio, che i due fluidi F, f abbiano la stessa velocità, e densità: Egli è chiaro, che quanto più grande sarà la superficie dei solidi, tanto più grande ancora sarà il numero delle particelle fluide, che nello stesso tempo faranno l'urto, giacchè i fluidi, siccome qui si suppone, agiscono nei corpi simili nello stesso modo, vale a dire in ambedue perpendicolarmente, oppure colla stessa obliquità. Però le masse dei fluidi F, f, che nello stesso tempo, e modo colpiscono i due corpi simili, sono in questo caso in ragione delle superficie dei solidi.

Si ponga ora, che le superficie dei solidi sieno eguali, e che i fluidi abbiano la stessa velocità. Quanto maggiore sarà la densità dei fluidi, altrettanto maggiore sarà il numero delle particelle fluide, che nello stesso tempo faranno l'urto, essendo la quantità della materia in ragione della sola densità, allorchè il volume, come in questo caso, è uguale, onde anche in questo secondo caso le masse dei fluidi sono in ragione delle loro densità.

Si ponga finalmente, che le superficie dei solidi sieno eguali, e che i fluidi abbiano la stessa densità. Ognun vede, che se il fluido F ha una velocità due, o tre volte maggiore di quella dell'altro f, la superficie, che riceve la percossa del fluido F, deve nello stesso tempo

rice-

ricever l'urto di un numero di particelle due, o tre volte maggiore di quel, che urta nell' altra superficie. Perciò anche in questo terzo caso le masse dei fluidi sono in ragione delle loro velocità.

Adunque quando i corpi simili sono disuguali, e i fluidi, che vi urtano, hanno diversa e densità, e velocità, le masse dei fluidi, che nello stesso tempo, e modo percuotono i solidi, debbono essere fra loro in ragion composta delle superficie dei solidi, delle densità, e delle velocità dei fluidi, cosicchè, chiamate M, m le masse dei fluidi F, f, D, d le loro densità, V, v le loro velocità, S, s le superficie dei solidi simili, si avrà $M : m = SDV : sdv$.

La percossa, che fa il fluido F nella superficie S del solido, si dica P, quella, che fa il fluido f nella superficie s dell'altro solido, si dica p. Egli è chiaro, che sarà $P = MV$, $p = mv$; e quindi $P : p = MV : mv$. Ma stà $M : m = SDV : sdv$, siccome abbiam dimostrato di sopra. Adunque, fatta la sostituzione di quest' ultima ragione al luogo della ragione di $M : m$, si avrà $P : p = SDV^2 : sdv^2$. Ciocchè ec.

511. *Coroll.* Se i fluidi F, f percuzienti saranno della stessa densità, ossia della stessa specie, allora, fatto $D = d$, si troverà $P : p = SV^2 : sv^2$, in ragione cioè composta delle superficie dei solidi, e dei quadrati delle velocità dei fluidi.

PROBLEMA I.

Ritrovare la misura della percossa dell' acqua, mentre questa con una data velocità urta direttamente in una data piana superficie.

512. Sia ACDB un vase (fig. 2. tom. II.) mantenuto costantemente pieno di acqua: la sua base CD sia infinitamente maggiore della superficie piana data EG: la sua altezza finalmente AC sia eguale a quella, da cui scendendo un grave liberamente acquisterebbe la velocità dell' acqua percuziente. Si apra di poi nel fondo orizzontale del vase il foro MN eguale alla superficie EG, e in piccola distanza dal foro vi si applichi orizzontalmente la suddetta superficie EG. Egli è chiaro, che, posti i fili, donde è composta la vena fluida, che sorte dal foro MN, tutti perpendicolari al piano di questo, sarà la percossa, che riceve la superficie EG dall' urto diretto della vena fluente, eguale al peso di una colonna d' acqua, che abbia per base il foro MN, ossia la superficie data EG, e per altezza il doppio dell' altezza AC dell' acqua nel vase ACDB (48.).

Ma la superficie EG soffre ugual percossa sì dall' acqua, che sorte dal foro MN, come anche dall' acqua, che vi urta contro di essa, essendo in ambedue i casi eguale la densità, la

direzione, e la velocità dei fili d'acqua. Adunque la percossa, che fa l'acqua, mentre urta direttamente in una piana superficie, è uguale al peso di una colonna di acqua, la quale abbia per base la stessa superficie, e per altezza il doppio dell'altezza, da cui scendendo liberamente un grave acquisterebbe la stessa velocità dell'acqua percuziente. Onde se si chiamerà P la percossa, che fa l'acqua, s la superficie piana, che viene dall'acqua direttamente colpita, a l'altezza, dalla quale scendendo liberamente un grave acquista la stessa velocità dell'acqua percuziente, si avrà $P =$ al peso della colonna d'acqua $2as$, ossia, poichè il peso di un piede cubico parig. di acqua $= 70$ libb. parig., si avrà, espressa la base s della colonna in piedi quadrati, e l'altezza a in piedi lineari, si avrà, dico, $P = 2as. 70 = 140as$ libb. parig. Ciocchè ec.

513. *Coroll.* Si chiami v la velocità assoluta dell'acqua, che direttamente colpisce la data superficie piana. Poichè $a = \frac{v^2}{2g}$ (42.), messo questo valore al luogo di a nell'equazione di sopra, si avrà $P = \frac{7}{3} v^2 s$ libb. parig., potendosi senza pericolo di error notabile porre $2g = 60$ piedi parig.

514. *Scolio*. In quest'equazione la velocità assoluta v dell'acqua percuziente si considera in un secondo, e si esprime in piedi parigini (39.). Perciò se si vuole la misura assoluta di P, poi-

chè la quantità v si prende in un secondo, anche l'altra P si deve prendere in un secondo, cosicchè l'equazione superiore abbia questo senso: $P = \frac{1}{7} v^2 s$ libb. parig. in un secondo.

PROBLEMA II.

Ritrovare la misura della percossa dell'acqua, mentre questa con una data velocità urta obliquamente in una data superficie piana.

515. Si supponga, che l'acqua urti obliquamente secondo (fig. 13. tom. II.) la direzione Qn nel piano CD colla velocità v. Egli è chiaro, che una parte soltanto della velocità v contribuisce alla percossa. Infatti si rappresenti dalla retta no la velocità v, con cui il filo Qn di acqua va a colpire il piano CD. Essendo la velocità no obliqua al piano, si può essa risolvere nelle due or, op, la prima delle quali sia perpendicolare, e l'altra parallela al piano CD. L'acqua nel suo urto obliquo percuote il piano CD nel punto n colla sola parte or della sua velocità, niente servendo l'altra, come parallela al piano, alla percossa di questo; il che devesi dire ancora degli altri punti del medesimo piano.

Si chiami P la percossa, che fa l'acqua, mentre colla velocità no colpisce direttamente il piano DE, e P' la percossa, che la stessa fa,

mentre colla medesima velocità colpisce obliquamente secondo la direzione Qn il piano CD. Poichè il numero dei fili d'acqua, che colpiscono il piano CD, è lo stesso, che il numero dei fili, che colpiscono l'altro piano DE, deve stare $P : P' = no : or$, ossia per la somiglianza dei due triangoli nor, $EDC = DC : DE$, ossia finalmente, chiamato R il seno totale, r il seno d'incidenza dell'angolo QnD, ossia eCD, $= R : r$. Perciò si troverà $P' = P . \frac{r}{R}$.

Ora $P = \frac{2}{3} v^2 DE$ libb. parig. (513.). Onde $P' = \frac{2}{3} v^2 DE . \frac{r}{R}$ libb. parig. Inoltre poichè la superficie piana DE stà alla superficie piana $DC = DE : DC$, attesa l'eguaglianza delle loro basi, ossia $= r : R$, siccome abbiam provato di sopra, dev' esser $DE = DC . \frac{r}{R}$. Quindi, fatta la sostituzione, $= \frac{2}{3} v^2 DC . \frac{r^2}{R^2}$, e chiamata s la superficie DC obliquamente colpita dall'acqua, si avrà $P' = \frac{2}{3} . \frac{s v^2 r^2}{R^2}$ libb. parigine. Ciocchè ec.

516. *Coroll.* I. Fatto centro in D coll'intervallo DC si descriva l'arco circolare Cb, e si prolunghi il piano DE fino in b, cosicchè Db diventi $=$ DC. Sarà la percossa diretta,

che softiene dall' acqua il piano Db, allorchè è perpendicolare alla direzione del moto della stessa, ossia $P = \frac{7}{3} v^2 Db$ libb. parigine (513.). Similmente sarà la percossa, che dalla stess' acqua softiene il medesimo piano, allorchè ha la posizione DC obliqua, ossia $P' = \frac{7}{3} \cdot \frac{s v^2 r^2}{R^2}$ libb. parig. (515.). Quindi si avrà $P : P' = \frac{7}{3} v^2 Db : \frac{7}{3} \cdot \frac{s v^2 r^2}{R^2} = R^2 : r^2$, essendo oltre la quantità $\frac{7}{3} v^2$ comune anche $Db = s$.

517. *Coroll.* II. Quindi si vede, che quanto maggiore si è l' obliquità, che prende il piano Db, tanto minore si è la percossa, ch'esso riceve dall' acqua. Si ponga il seno totale $R = 1$: se l' angolo CDc di obliquità sarà di 45 gradi, poichè in questo caso $R^2 = 2r^2$, e perciò $r^2 = \frac{1}{2} R^2 = \frac{1}{2}$, la percossa, che soffre il piano obliquo DC sarà una metà: se sarà di 30 gradi, essendo in quest' altro caso $r = \frac{1}{2} R$, e quindi $r^2 = \frac{1}{4} R^2 = \frac{1}{4}$, la percossa sarà una quarta parte: se lo stesso sarà di 10, di 5 gradi finalmente, la percossa sarà una 33.^{a}, una 131.^{a} parte di quella, che lo stesso pativa, allorchè avea nissuna obliquità.

PROBLEMA III.

Ritrovare la misura della percossa, che riceve (fig. 15.) parallelamente all' altezza BD

la superficie piana AB *dall' acqua, mentre questa con una data velocità vi urta secondo la direzione* MN *perpendicolare al piano orizzontale* AC.

518. Rappresenti MN la velocità data v, con cui il filo MN d'acqua va a colpire il piano BA secondo la direzione perpendicolare al piano orizzontale AC. Egli è chiaro, che la percossa, che riceverà il piano AB nel punto N dall'urto obliquo di quel filo, sarà come la velocità ON perpendicolare allo stesso piano (515.). Ma poichè questa non agisce tutta secondo la direzione parallela all'altezza BD, affine di ritrovare la percossa, che riceve il piano AB nel punto N secondo quella direzione, bisogna, prolungata la retta ON in p, finchè sia $Np = ON$, e calata dal punto p la perpendicolare pq nella direzione verticale MN del filo d'acqua, discomporre la velocità Np nelle due Nq, pq, la prima delle quali agisce soltanto secondo la direzione parallela all'altezza BD del piano AB, non servendo l'altra, che a percuotere il piano secondo la direzione orizzontale.

Chiamisi P' la percossa, che sostiene il piano AB secondo la direzione perpendicolare ON, ossia Np allo stesso piano dall'acqua, mentre questa vi urta obliquamente secondo la direzione perpendicolare MN al piano orizzontale AC:

sarà $P' = \frac{7}{1} \cdot \frac{s v^2 r^2}{R^2}$ libb. parig. (515.). Si chiami inoltre P'' la parte di questa percossa, la quale si fa dall' acqua contro il piano medesimo AB secondo la direzione Nq parallela all' altezza BD. Egli è chiaro, che dovrà stare $P' : P'' =$ Np : Nq, ossia per la somiglianza dei due triangoli Nqp, ADB = AB : AD, ossia poichè l' angolo MNB d' incidenza è uguale all' angolo ABD, = R : r. Però $P'' = P' \cdot \frac{r}{R} = \frac{7}{1} \cdot \frac{s v^2 r^3}{R^3}$ libb. parig. Ciocchè ec.

519. *Scolio*. Quando le rette AB, CD sono eguali, ed egualmente inclinate all' orizzonte, ossia quando il triangolo ABC è isoscele, le forze orizzontali, nelle quali si discompongono in parte le perpendicolari alla base AC, si distruggono allora intieramente fra loro, restando la forza orizzontale qp distrutta intieramente dall' eguale, e contraria forza orizzontale, che nasce, facendo nel punto n dell' altro lato CB egualmente distante dal vertice B, che il punto N, la costruzione di prima. Se le rette AB, CB non sono eguali, nè egualmente inclinate, le forze orizzontali non si distruggono fra loro, se non in parte, nè il corpo può moversi secondo la direzione BD del fluido impellente. Il Problema testè sciolto è il fondamento della dottrina della resistenza dei fluidi.

520. *Coroll.* Si supponga il triangolo ABC isoscele: sarà la percossa, che riceverebbe la metà AD della di lui base AC, se questa fosse esposta all' urto diretto dell' acqua secondo la direzione perpendicolare MN, ossia sarà $P = \frac{2}{3} AD. v^2$ libb. parig. (503.). Quindi si avrà $P : P'' = \frac{2}{3} AD. v^2 : \frac{2}{3} AB. \frac{v^2 r^2}{R^2} = AD. R^2 : AB. r^2 = AD. AB^2 : AB. AD^2$ (stando $R : r = AB : AD$), $= AB^2 : AD^2$. Quindi anche starà $2P : 2P'' = AB^2 : AD^2$. Ora questa proporzione c' insegna, che la percossa diretta, che riceverebbe la base di un triangolo isoscele, se questa fosse esposta all' urto diretto dell' acqua secondo la direzione perpendicolare MN, stà alla percossa, che ricevono i lati del triangolo stesso parallelamente all' altezza di questo, come il quadrato di uno dei lati al quadrato della metà della base. Quindi se il triangolo ADB rettangolo sarà isoscele, poichè in questo caso $AB^2 = 2AD^2$, ossia $AD^2 = \frac{1}{2} AB^2$, la percossa ricevuta dal triangolo parallelamente alla sua altezza non sarà, se non la metà della percossa diretta, che ne riceverebbe la sua base dalla stess' acqua.

PROBLEMA IV.

Ritrovare la misura della percossa, che sostiene un cilindro verticale in tutta la sua lun-

ghezza secondo la direzione parallela ad una perpendicolare tirata all'asse, mentre l'acqua con una data velocità vi urta secondo la stessa direzione.

521. SI cerchi la misura (fig. 16.) della percossa, che sostiene la semicirconferenza KAZ parallelamente alla direzione del raggio AC dall' acqua. A questo fine si concepisca divisa la semicirconferenza nelle sue parti infinitesime Ff, Ll ec., conducendo le parallele FL, fl al diametro KZ infinitamente vicine fra loro. Si chiami P la percossa, che riceverebbe dall'acqua impellente la retta Fm, ossia qp, se fosse esposta all'urto diretto della stessa secondo la direzione parallela al raggio AC, e P'' la percossa, che secondo la stessa direzione realmente riceve l'infinitesima Ff, si avrà $P : p'' = Ff^2 : qp^2$ (520), ossia, tirato il raggio $CF = CF^2 : Fq^2$, stando per la somiglianza dei due triangoli mfF, CFq $Ff : Fm$, ossia $Ff : qp = CF : Fq$, e quindi $Ff^2 : qp^2 = CF^2 : Fq^2$.

Ora per l'estremità A del raggio AC si conduca la retta NO parallela, ed eguale al diametro KZ, e col parametro eguale al raggio AC si descriva intorno di questo, come intorno di un asse la parabola NCO, avente il suo vertice in C. Egli è chiaro, che questa parabola dovrà passare per gli estremi O, N della retta

ON, essendo il quadrato della perpendicolare OA, oppure NA all'asse AC eguale al quadrato di AC, ossia al prodotto della respettiva ascissa nel parametro. Si conduca dal punto M della parabola l'ordinata MH. Poichè il parametro della parabola si è $=$ AC, si avrà per la natura di questa curva $MH^2 = AC.HC$, ossia $Cq^2 = Mq.Sq$, ossia, poichè $Cq^2 = CF^2 - Fq^2$, e $Mq.Sq = (Sq - MS).Sq$, fatta la sostituzione, $CF^2 - Fq^2 = (Sq - MS).Sq$, ossia finalmente $Fq^2 = CF^2 - (Sq + MS).Sq$ $= MS.Sq$. Adunque, messe nella proporzione di sopra $P:P'' = CF^2:Fq^2$ ai luoghi di CF^2, Fq^2 le quantità eguali Sq^2, $MS.Sq$, si avrà $P:P''$ $= Sq^2:MS.Sq = Sq:MS$. Nello stesso modo dimostrerò, che, presa qualunque altra parte infinitesima Ll nella semicirconferenza KAZ, starà $P:P'' = Rg:QR$.

Quindi, poichè la somma delle perpendicolari Sq, Rg ec., che ci porgono la misura delle percosse sostenute dalle parti infinitesime qp, eg ec. della retta KZ, è uguale al rettangolo KZON, e la somma delle parti MS, QR ec. delle perpendicolari Sq, Rg ec., che ci offrono la misura delle percosse sostenute dalle parti infinitesime Ff, Ll ec. della semicirconferenza KAZ, si è uguale all'area della parabola NCO, si avrà, chiamate colle stesse lettere le percosse totali della retta KZ, e della semicirconferenza KAZ, si avrà, dico, $P:P'' =$

KZON : 2NCA, ossia, essendo $2NCA = 2 . \frac{2}{3} AN . AC$ (34.), $= KZON : 2 . \frac{2}{3} AN . AC = 2AN . AC : 2 . \frac{2}{3} AN . AC = 3 : 2$. Però $P'' = \frac{2}{3} P = \frac{2}{3} . \frac{7}{3} KZ . v^2$ (513.) $= \frac{14}{9} KZ . v^2$ libb. parig.

Ora, potendosi concepire la superficie di un cilindro composta da un numero infinito di circonferenze uguali, e parallele a quella della di lui base, egli è chiaro, che, se un cilindro verticale sarà percosso dall'acqua in tutta la sua lunghezza colla velocità v secondo la direzione parallela ad una perpendicolare al di lui asse, sarà la percossa, ch'esso riceve eguale a due terzi della percossa, che riceverebbe il rettangolo, che nasce, tagliando verticalmente il cilindro secondo la direzione dell'asse, ossia, che riceverebbe un parallelepipedo circoscritto al cilindro, essendo manifesto, che il semicilindro anteriore, e la faccia sola anteriore del parallelepipedo circoscritto ricevono soltanto la percossa, e difendono da questa le altre parti. Quindi, chiamata s la superficie della faccia anteriore del parallelepipedo circoscritto al dato cilindro, e P'' la ricercata percossa, si troverà $P'' = \frac{14}{9} s v^2$ libb. parig. Ciocchè ec.

PROBLEMA V.

Ritrovare la misura della percossa, che sostiene la superficie di un emisfero secondo la di-

rezione del raggio AC *dall' acqua, mentre questa con una data velocità vi urta secondo la stessa direzione.*

522. Sia KAC un quadrante di cerchio: sarà la misura della percossa, che sostiene il di lui arco KLA dall' acqua secondo la direzione parallela al raggio AC, uguale all'area della semiparabola NCA, e la misura della percossa, che dalla stess' acqua secondo la stessa direzione sosterrebbe la retta KC, se fosse esposta all' urto, eguale all' area del rettangolo KCAN (521.).

Ora si concepisca il rettangolo KCAN ravvolgersi intorno alla retta AC come intorno ad un asse, finchè ritorni al suo primiero sito. Egli è chiaro, che dal quadrante KAC sarà generato un emisfero, dalla retta KC un cerchio massimo, base dell'emisfero; dal rettangolo KCAN un cilindro, ch' è la misura della percossa, che dall' acqua sosterrebbe il cerchio massimo, base dell'emisfero, secondo la direzione di AC, dalla semiparabola NCA finalmente una paraboloide, ch' è la misura della percossa sostenuta dall' emisfero secondo la stessa direzione.

Adunque starà la percossa, che riceverebbe il cerchio massimo dell' emisfero dall' acqua secondo la direzione di AC, alla percossa, che realmente riceve l' emisfero dalla stessa secondo la medesima direzione, come il cilindro NKZO

alla paraboloide NCO. Quindi, poichè la paraboloide NCO è la metà del cilindro NKZO, la percoſſa P″, che riceve l'emisfero dall'acqua secondo la direzione di AC, dev'eſſer la metà della percoſſa P, che soſterrebbe il cerchio maſſimo dello ſteſſo, se foſſe espoſto all'urto diretto della medeſima acqua, oſſia dev'eſſer $P'' = \frac{1}{2} P$ $= \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{3} s v^2$ (513.) $= \frac{7}{6} s v^2$ libb. parig., dove s esprime la base dell'emisfero. Ciocchè ec.

523. *Scolio*. Diſſi, che *la paraboloide* NCO *è la metà del cilindro* NKZO. Infatti ſi ponga l'aſſe CA della paraboloide diviso in un numero infinito di parti eguali, e fatto paſſare per ciascuna diviſione un piano parallelo alla base della paraboloide, sarà queſta divisa in un numero infinito di cerchj, i raggi dei quali sono le ordinate MH, OA ec. Ora queſti cerchj, che sono fra loro come i quadrati dei loro raggi, oſſia come i quadrati delle ordinate respettive MH, OA ec., oſſia finalmente come le asciſſe corrispondenti HC, AC ec., compongono una progreſſione aritmetica, in cui il numero dei termini vien espreſſo dall'aſſe CA, il primo termine è zero, e l'ultimo è il cerchio, che ha per raggio l'ultima ordinata OA. Quindi è, ch'eſſendo la somma di una progreſſione aritmetica eguale alla metà della somma degli eſtremi moltiplicata nel numero dei termini, deve la paraboloide NCO, chiamato c il cerchio, che

ha per raggio l'ultima ordinata OA, esser $= \frac{(c + o)}{2} \cdot CA = \frac{1}{2} CA . c$, eguale cioè alla metà della solidità del cilindro NKZO, essendo questa $= CH . c$.

524. *Coroll.* I. Poichè l'emisfero posteriore di una sfera non riceve veruna percossa dal fluido, sarà anche la misura della percossa, che riceve dall'acqua una sfera secondo la direzione del suo asse, $= \frac{7}{4} s v^2$ libb. parig., dove s esprime l'area di un cerchio massimo della sfera.

525. *Coroll.* II. Essendo $\frac{2}{7} s v^2 = 140 . \frac{v^2}{2g} . s$ (513.), e $\frac{v^2}{2g} = a$ (42.), si avrà, fatta (522.) la sostituzione, $P'' = \frac{1}{2} . 140 . as = 70 . as$ libb. parig., vale a dire sarà la percossa, che riceve dall'acqua un emisfero, oppure una sfera secondo la direzione del raggio AC, eguale al peso di una colonna d'acqua, la quale abbia per base il di lui cerchio massimo, e per altezza quella, da cui scendendo un grave acquista la velocità assoluta dell'acqua impellente.

526. *Coroll.* III. La percossa, che riceve dall'acqua una sfera secondo la direzione del suo asse, è soltanto la metà di quella, che direttamente dalla stess'acqua riceverebbe un cilindro ad essa circoscritto, se il fluido percuotesse la di lui base anteriore, essendo questa base, che sostiene unicamente la percossa, eguale ad

un cerchio massimo della sfera (522.). Quindi preso il doppio della percossa, che sostiene la sfera, si avrà la misura di quella, che soffre il cilindro circoscritto, e sarà questa $= \frac{7}{3} s v^2$ libb. parig., dove s esprime la superficie di una delle due basi del cilindro, oppure $= 140\, a s$ libb. parig. (525.), dove a esprime l'altezza, da cui scendendo un grave acquista la velocità assoluta dell'acqua impellente.

527. *Scolio*. Per illustrare con un esempio ciocchè abbiamo detto di sopra (509.), quando l'acqua percuziente non ha in tutti i suoi fili la stessa velocità, sia un cilindro del diametro di 1, e dell'altezza di 2 piedi verticalmente immerso in un fiume d'insensibile pendenza, dove la velocità si deve unicamente alla pressione delle parti superiori, contro la corrente dell'acqua, in modo che la sua base disti dalla superficie 10 piedi. Si troverà la velocità media v dell'acqua, che percuote il cilindro, considerando il rettangolo, che nasce, mentre si taglia il cilindro secondo la direzione del suo asse, come un foro rettangolare situato alla stessa profondità $= 21$ piedi parigini in circa (170.). Ora si ponga nella equazione $P'' = \frac{14}{9} s v^2$ libb. parig. (521.) al luogo di v la velocità media ritrovata: si avrà finalmente la misura della percossa, che in un secondo sostiene dall'acqua corrente quel cilindro, $= 1372$ libb. parig., essendo $s = 2$ piedi quadrati.

CAPO

CAPO II.

Di alcuni usi della dottrina precedente nella pratica dei Fiumi, nella Nautica, e nei Mulini sì ad acqua, come anche a vento.

528. L'Architettura *Idraulica* considera gli edificj costrutti nelle acque, oppure posti in moto col mezzo delle acque a differenza della *Navale*, che si raggira sulla costruzione delle navi, della *Civile*, che risguarda le fabbriche destinate al comodo, ed ai varj usi degli uomini uniti assieme in civile società, della *Militare* finalmente, che s'impiega nelle fortificazioni delle città, o d'altri luoghi per difenderle dagl' insulti dei nemici. La pratica dei fiumi, che forma la parte più importante dell' Architettura Idraulica, ricava dalla dottrina precedente molti vantaggi, alcuni dei quali brevemente qui espongo, riservandomi il resto nell'appendice al presente Libro.

PROBLEMA I.

Determinare, se l'acqua di un torrente, la quale può appena seco strascinare un sasso di un dato volume, possa seco strascinare un altro di maggior volume simile, ed omogeneo.

529. Sian dati due sassi A, a sferici, ed omogenei, il diametro del 1.° sia D, dell' altro d. Sarà la superficie di $A = D^2$, di $a = d^2$, il volume, ossia, poichè i sassi si suppongono omogenei, il peso di $A = D^3$, e di $a = d^3$, essendo le superficie delle sfere in ragione dei quadrati, le solidità in ragione dei cubi dei loro diametri. Quindi è, che, essendo le percosse, che dall' acqua sostengono i solidi simili, quando questa agisce in ambedue nello stesso modo, siccome qui si suppone, posta la stessa velocità, in ragione soltanto delle superficie, deve stare la forza della corrente, che sollecita al moto il sasso A, alla forza della stessa, che sollecita al moto il sasso $a = D^2 : d^2$. Ma, poichè le resistenze, che oppongono al moto i sassi A, a sono come i pesi di questi, deve stare la resistenza, che oppone il sasso A, alla resistenza, che oppone l'altro a, $= D^3 : d^3$. Crescendo adunque le resistenze, che oppongono i sassi A, a al loro moto, in maggiore ragione, che le forze della corrente, che li sollecita al moto, ne siegue, che l'acqua di un torrente, se può appena seco strascinare il sasso a, non potrà seco strascinare il sasso A di maggior volume, simile, ed omogeneo. Ciocchè ec.

PROBLEMA II.

Ritrovare la ragione delle velocità dell' acqua di un fiume in due diverse profondità col mezzo del quadrante a pendolo.

530. Sīavi (fig. 17.) un quadrante CAB diviso esattamente in gradi, e minuti, e al centro C vi si attacchino due fili uno CA più corto, che sostenga nell' aria un piccol globo di piombo, l' altro più lungo CH, o *ch*, che ne sostenga nell' acqua un altro globo H, o *h* di una materia specificamente più grave dell' acqua; affinchè possa più, o meno penetrare nell' acqua, secondochè si lascia più, o meno il filo. Ora s' immerga nell' acqua corrente alla profondità H il globo H, e sia ACP l' angolo di declinazione del filo CH dalla verticale CA. Egli è chiaro, che, espresso dalla verticale HK il peso, che ha il globo H nell' acqua, e condotta dall' estremità K di HK la parallela KG alla direzione ET della corrente, finchè incontri in G la direzione del filo, sarà il peso del globo H discomposto nelle due forze KG, HG, la prima delle quali rappresenta la forza dell' acqua, che spinge il globo H secondo la direzione della corrente, l' altra viene dalla contraria reazione del filo CH intieramente distrutta. Si chiami adunque F il peso del globo nell' acqua, f la forza dell' acqua, che fa declinare il filo CH della verticale CA. Si avrà F : f = HK : KG, ossia per la somiglianza dei due triangoli KHG, ECN = CE : EN, ossia, poichè in un triangolo i lati sono come i seni degli angoli opposti, = seno di CNE : seno di ECN. Per-

ciò si troverà $f = F . \frac{\text{Sen. } ECN}{\text{Sen. } CNE}$. Nello stesso modo si troverà, immerso lo stesso globo in h, cosicchè ACp sia l'angolo di declinazione del filo Ch dalla verticale AC, e, chiamata f' la forza impellente dell'acqua in quel luogo, $f' = F . \frac{\text{Sen. } ECn}{\text{Sen. } CnE}$. Perciò si avrà $f : f' = F . \frac{\text{Sen. } ECN}{\text{Sen. } CNE} : F . \frac{\text{Sen. } ECn}{\text{Sen. } CnE} = \frac{\text{Sen. } ECN}{\text{Sen. } CNE} : \frac{\text{Sen. } ECn}{\text{Sen. } CnE}$.

Ora l'angolo ECN vien dato dal quadrante, l'altro CNE si ritrova facilmente, tirando dal punto E della nota direzione ET della corrente l'orizzontale ER. In questo caso essendo l'angolo esterno $CME = MNE + MEN = CNE + MEN$, deve $CNE = CME - MEN = PCB - MEN$ attese le rette CB, ER parallele fra loro. Anche nell'altra equazione l'angolo ECn vien dato dall'istrumento, e l'altro CnE nello stesso modo trovasi $= pCB - mEn$. Inoltre le percosse, che fa lo stesso fluido nello stesso modo sullo stesso corpo, sono come i quadrati delle velocità (510.). Quindi, chiamata V la velocità dell'acqua in H, v quella della medesima in h, stando la percossa, che fa l'acqua contro il globo in H, alla percossa, che fa contro lo stesso in h, $= f : f'$, deve anche stare

$V^2 : v^2 = \frac{\text{Sen. } ECN}{\text{Sen. } CNE} : \frac{\text{Sen. } ECn}{\text{Sen. } CnE}$, ossia deve stare $V : v = \sqrt{\left(\frac{\text{Sen. } ECN}{\text{Sen. } CNE}\right)} : \sqrt{\left(\frac{\text{Sen. } ECn}{\text{Sen. } CnE}\right)}$.

Adunque se nelle Tavole Trigonometriche si cercheranno i seni degli angoli noti ECN, CNE, ECn, CnE, si troverà, fatta la sostituzione, la ragione di $V : v$, ossia della velocità dell'acqua in H alla velocità della medesima in h. Ciocchè ec.

531. *Coroll.* I. Si ponga la direzione della corrente orizzontale, cosicchè l'angolo RET sia nullo, cadendo la direzione ET sull'orizzontale ER. Condotta al punto A dell'arco del quadrante la tangente As, poichè questa è parallela all'orizzontale ER direzione dell'acqua corrente, deve il triangolo KHG esser simile al triangolo ACS. Perciò $f = F \cdot \frac{AS}{CA}$. Per la stessa ragione $f' = F \cdot \frac{As}{CA}$. Ond'è, che, poichè continuato lo stesso raziocinio di sopra, si ha finalmente $V : v = \sqrt{AS} : \sqrt{As}$, se nelle tavole Trigonometriche si cercheranno le tangenti AS, As degli angoli noti ACP, ACp di declinazione, si avrà la ragione di $V : v$ anche nel caso, in cui la direzione dell'acqua corrente è orizzontale.

532. *Coroll.* II. Si cerchi col mezzo di un

galleggiante la velocità assoluta V dell'acqua corrente alla superficie (324.). Se si darà sul principio al filo del quadrante una lunghezza tale, che il piccol globo non penetri nell' acqua se non per il suo diametro, e se si permetterà di seguito allo stesso globo, che penetri a qualunque profondità, per esempio, in h, si troverà anche la velocità assoluta v dell' acqua alla profondità h, facendo $\sqrt{\left(\frac{\text{Sen. ECN}}{\text{Sen. CNE}}\right)} : \sqrt{\left(\frac{\text{Sen. EC}n}{\text{Sen. C}n\text{E}}\right)} = V : v$, quando la superficie della corrente declina dall'orizzontale ER, oppure facendo $\sqrt{AS} : \sqrt{As} = V : v$, quando la stessa è orizzontale. Però col quadrante a pendolo, e con un galleggiante si può anche ritrovare la velocità assoluta dell' acqua corrente in un dato punto della profondità della stessa.

533. *Coroll.* III. Si supponga la percossa, che sostiene dall' acqua corrente nel luogo H la palla H, ossia $P'' = \frac{2}{7} s v^2$ libb. parigine (524.). Egli è chiaro, che, quando la direzione ET dell' acqua corrente declina dall' orizzontale ER, dev' esser $\frac{2}{7} s v^2 = F . \frac{\text{Sen. ECN}}{\text{Sen. CNE}}$, dove F esprime in libbre parigine il peso del globo H nell' acqua, ossia l' eccesso del peso assoluto dello stesso sopra il peso di un egual volume di acqua (530.), essendo $P'' = f$. Perciò

$$v = \sqrt{\left(\frac{6}{7} . \frac{F}{s} . \frac{\text{Sen. ECN}}{\text{Sen. CNE}}\right)} \text{ piedi parigini}$$

in un secondo, dove s esprime in piedi quadrati parigini l'area del cerchio massimo del globo. Se la superficie dell'acqua corrente non declina dall' orizzontale E R, si trova $v =$ $\sqrt{\left(\frac{6}{7} \cdot \frac{F}{s} \cdot \frac{AS}{CA}\right)}$ piedi parigini in un secondo, dove A S è la tangente dell'angolo A C P della deviazione del filo CH dalla verticale CA, e CA il seno totale. Però si può ritrovare la velocità assoluta dell'acqua corrente in un dato punto della profondità di questa col mezzo del quadrante a pendolo anche senza il mezzo di un galleggiante.

534. *Scolio* I. Ma questo metodo di ricercare la velocità sì relativa, come assoluta dell' acqua corrente, oltre i difetti della teoria della percussione, incontra nella pratica non picciole difficoltà. Il filo, che sostiene il globo immerso, conserva quasi mai la stessa posizione, ora allontanandosi, ora avvicinandosi alla perpendicolare. Ond'è, che non si può con esattezza prender la misura dell' angolo, ch' esso fa colla verticale C A, massimamente nelle grandi deviazioni, dove le scosse prodotte nel filo dalla rapidità della corrente sono notabili. Si scemano le oscillazioni, prendendo un globo molto più specificamente grave dell' acqua. Ma nello stesso tempo la macchina diviene insensibile alle picciole differenze della velocità della corrente nelle sue profondità. Inoltre l' angolo di deviazione non deriva soltanto dall' azione dell' acqua nel globo, ma

eziandio nella parte immersa del filo, che sostiene il globo. Finalmente se questa stessa parte del filo perde per gl'impulsi, che riceve dall' acqua corrente, la sua rettitudine, e si dispone in una curva cava verso l'acqua, siccome pare, che debba succedere, quando la forza della corrente è grande, per essere il filo pieghevole, allora vieppiù incerta si rende la stima dell'angolo di deviazione. Per queste, ed altre ragioni l'uso del quadrante a pendolo è molto sospetto nelle grandi deviazioni, benchè possa essere di vantaggio nelle picciole dai due gradi fino ai 24, purchè lo strumento venga maneggiato nelle sperienze colla debita diligenza, e ciò, che più importa, da persone abili.

535. *Scolio* II. Il vento, che non è altro, che una corrente di aria, è l'anima, siccome ognun sa, della navigazione. Col mezzo di esso, e delle vele, che ne ricevon l'impulsione, si va con sicurezza da una estremità all'altra dell'Oceano, e si trasporta o un magazzino enorme di Mercanzie, o un piccol esercito di soldati, non altro ricercandosi a questo, che un picciol numero di marinari ben esercitati nel maneggio delle vele. Ma quant'è la forza, che fa il vento sulle vele delle navi?

PROBLEMA III.

Ritrovare l' impulsione, che fa un vento, affine di movere una nave, mentre spira da poppa sulle vele, purchè queste sien tese in modo, che si possan esse considerare come piane superficie.

536. Si lascino in balía del vento alcune piccole piume, e si noti lo spazio, ch' esse fanno in un determinato tempo, mentre vengono dalla corrente dell' aria trasportate. Si avrà in questo modo, se mai non fosse dato, lo spazio, che in un secondo descrive quel vento, ossia la di lui velocità assoluta. Essendo la densità dell' aria 800 volte in circa minore di quella dell' acqua, dev' esser la percossa diretta dell' aria, *caeteris paribus*, 800 volte minore di quella dell' acqua, giacchè le percosse di differenti fluidi sono in ragione delle loro densità, quando le superficie percosse, e le velocità sono eguali (510.). Però $P = \frac{1}{800} . \frac{2}{7} v^2 s$ libb. parig., dove v esprime la velocità assoluta del vento, s la superficie delle vele esposte al vento. Si ponga la superficie di una vela di un piede quadrato, e la velocità del vento tale di percorrere 50 piedi in un secondo. Sarà l' impulsione di questo $= 7\frac{1}{4}$ libb. parigine in circa. In una nave di primo rango, la quale porta 100, oppure 120 cannoni, essendo l' estensione delle vele di 15474

piedi in circa, sarà l'impulſione del vento, affine di moverla $= 111686$ libb. in circa. Se le vele hanno una data obliquità alla impulſione del vento, bisogna allora far uſo di queſt'altra equazione $P'' = \frac{1}{800} \cdot \frac{7}{3} \cdot \frac{s v^2 r^2}{R^2}$ libb. parig. (518.). Ciocchè ec.

537. *Coroll.* I. Poichè la denſità dell'aria non è in tutti i tempi, e in tutti i luoghi eguale, l'impulſione del vento non può eſſere eguale in tutti i tempi, e luoghi, quantunque il vento ſpiri ſecondo la ſteſſa direzione, e colla ſteſſa velocità. Generalmente parlando, poichè il freddo condenſa, il caldo rarefà l'aria, la forza del vento, *caeteris paribus*, dev'eſſer maggiore in tempo d'inverno, che di ſtate, ſotto la zona gelata, che ſotto la torrida, e le temperate. La denſità dell'aria non è 800 volte minore di quella dell'acqua, che ſotto una zona temperata, e in un tempo temperato.

538. *Coroll.* II. Poichè le vele non ſi poſſono mai ſtendere in modo, che ſia piana la lor ſuperficie, mentre il vento ſpira fortemente, gonfiandoſi eſſe allora più, o meno in una figura già ſtata dai Matematici felicemente ritrovata, deve allora l'impulſione del vento ſulle vele farſi minore, e tanto più, quanto maggior curvità acquiſtan le vele. Quindi ſi vede, quanto importi alla navigazione, che le vele, oltr'eſſere di tela sì compatta, che non laſcino paſſare

verun filo di vento, fieno ben tese, e refiftano alla diftenfione, e per conseguenza al gonfiamento. Per quefta ragione fi ritagliano alla loro giufta forma, e grandezza le vele, che han già nella navigazione patita dal vento molta diftenfione, affinchè tese allora ai soliti punti delle antenne, e delle funi poffano mantenerfi piane.

539. *Coroll.* III. Poichè non è cosa facile il ritrovare con esattezza la velocità affoluta del vento, e poichè la velocità di quefto può cangiarfi ad ogni momento, meglio fi è in vece di dedurre l' impulfione del vento dalla di lui velocità, ritrovarla immediatamente col mezzo di uno di quegli ftrumenti, che, perchè misurano la forza del vento, fi chiamano *anemometri*.

540. *Scolio*. Fra i varj anemometri, che sono ftati inventati per conoscere lo sforzo del vento, meritano diftinzione quello primieramente, che descrive il Volfio nei suoi Elementi di Aerometria, e un altro, che M. d' Ons-en Bray ha comunicato al Pubblico nelle Memorie dell' Accademia. Queft' ultimo non solo indica la forza del vento, ma di più ne tien conto, supplendo in quefto modo alla lontananza dell' offervatore. Anche il Sig. Marchese Poleni ne ha propofto uno di quefti ftrumenti molto ingegnoso nella Differtazione, che riportò il premio nell' anno 1733. Ma il più semplice, e comodo riguardo all'uso principalmente della navigazione fi è quello, che ci propone il Sig. Bouguer nel suo *Trattato della Nave*.

PROBLEMA IV.

Ritrovare meccanicamente la forza del vento.

541. Le parti, dalle quali è composto l'anemometro del Sig. Bouguer, sono le seguenti. La superficie piana MN (fig. 18.) della grandezza di un piede parig. quadrato, la quale può essere o un cartone, oppure un pezzo di tela racchiusa in un telajo leggerissimo: una verga graduata, una estremità della quale stà attaccata perpendicolarmente alla superficie MN: il tubo AB, dentro del quale vi s'introduce l'altra estremità della verga: una molla spirale finalmente, che stà nel fondo del tubo. L'anemometro si tiene per il tubo AB, che gli serve di manico, quando si presenta al vento la sua superficie MN. La impulsione del vento sulla superficie MN, secondochè più, o men forte si è, fa più, o meno entrare la verga GE nel tubo, e quindi preme più, o meno la molla spirale, che vi è rinchiusa. Dall'affondamento della verga graduata si ha espressa in libbre, ed once la forza del vento sulla superficie MN nello stesso quasi modo, che nelle stadere di Germania si hanno i pesi delle merci, non altra differenza passandovi, che in quelle i pesi più grandi fan sortire dal tubo una maggior parte della verga, mentre nell'anemometro le più forti impulsioni del vento la caccian dentro maggiormente. Ciocchè ec.

542. *Scolio*. La graduazione della verga si fa in questo modo. Quando l'istrumento è fatto, si mette in una situazione verticale, e si carica la sua superficie M N, che dev'essere orizzontale, successivamente di differenti pesi, e osservati gli affondamenti, che ciascun produce nella verga, si notano essi su ciascun punto di questa. Il difetto di questo anemometro si è, ch' esposto al vento non prende mai una situazione costante, essendo esso allora in un moto continuo. Però bisogna prendere un numero di mezzo fra i differenti numeri, che dinota la sua verga, quando si fa l' esperimento.

543. *Coroll.* I. Se si porrà il cartone dell' anemometro parallelo alla superficie delle vele, si avrà subito la misura dell' impulsione, che fa il vento su ogni piede quadrato di esse, senzachè vi sia bisogno di osservare l' obliquità dell' urto; il che è di grandissimo vantaggio non solamente per saper presto la quantità dell' impulsione, ch' esercita il vento sulle vele, affine di movere la nave, ma eziandio per evitare la rottura degli alberi, o qualche altro maggior pericolo.

544. *Scolio*. Per meglio riuscirvi nell' esperimento si può, siccome osserva il Sig. Bouguer, mettere in vece del cartone in un telajo un pezzo della stessa tela, della quale son fatte le vele. Egli è di parere, che non s' abbia mai d' arrischiare a sostenere lo sforzo di 6 libb. parig. su ogni piede quadrato delle vele.

545. *Coroll.* II. Poichè l'impulfione diretta, che fa il vento sul cartone dell'anemometro, o fia poichè $P = \frac{1}{800} \cdot \frac{7}{5} v^2 s$, deve anch'effer fatta la riduzione dell'equazione, $v = \sqrt{\left(\frac{P \cdot 800 \cdot 3}{7 \cdot 5}\right)}$ piedi parig. in un secondo. Quindi è chiaro, come col mezzo dell'anemometro fi poffa ritrovare la velocità affoluta del vento, oppur la relativa, quella cioè, con cui il vento colpisce le vele della nave già meffa in moto.

546. *Scolio*. L'anemometro del Sig. Bouguer può anche servire alla misura dello sforzo dell'acqua. „ Non v'è niente di più facile, dice il lodato Autore nel c. II. sez. I. l. III. del suo *Trattato della Nave*, in un porto di mare, e in un arsenale, dove s'ha alla mano ogni cosa, quanto fare una picciola prora di legno perfettamente fimile a quella di una nave. Ora se dopo averla sufficientemente caricata la esporremo a un' acqua corrente, e che, avendo levato dall'anemometro la superficie MN, softerremo coll'eftremità della verga la picciola prora contro l'urto, al quale sarà soggetta, fi saprà il valore dello sforzo in libbre, o in once. Si vedrà eziandio, secondo qual direzione fi fa l'impulso, perchè queſto sarà indicato dalla fituazione, che dovraffi dare alla verga, acciò la picciola prora fi mantenga coftantemente nello ftato medefimo. Finalmente se la fteffa sperienza fi replica, esponendo all'urto dell'acqua una superficie piana eguale

alla base del picciolo conoide, che rappresenta la prora, si saprà con tanto maggior precisione, quanto che questa cognizione non sarà soggetta agli errori, che facilmente siam soggetti a commettere ne' sistemi, che ci formiamo sull'azione de' fluidi, si saprà, dico, quanto lo *sporto*, o la convessità del davanti della nave fa diminuire l'impulsione, che ne riceve ".

PROBLEMA V.

Data l'obliquità di una data scarpa, ritrovare, quanto questa scemi l'urto diretto della corrente, nell'ipotesi, che l'acqua di questa venga mossa dalla pressione delle sue particelle superiori.

547. Sia AB la superficie (fig. 19.) piana, e rettangolare di uno dei pilastri, su i quali posano i fianchi dell'arco di un ponte, aA la direzione della corrente del fiume, AC finalmente il rettangolo inclinato all'orizzonte, ossia la scarpa, che si mette dinanzi alla superficie AB per difenderla dall'urto diretto dell'acqua. Si chiami s la superficie AB del pilastro: sarà la percossa, ch'essa sosterrebbe, se fosse esposta direttamente all'urto della corrente secondo la direzione aA, ossia $P = \frac{7}{7} s v^2$ libb. parig. (513), dove v esprime la velocità media dell'acqua.

Si chiami S la superficie A C della scarpa: sarà la percossa, ch'essa realmente sostiene dalla stessa acqua secondo la direzione aA, ossia $P'' = \frac{2}{3} \cdot \frac{S v^2 r^2}{R^2}$ libb. parig. (518.), dove v esprime parimente la velocità media della stess'acqua. Ora si paragoni la prima equazione coll'altra: si avrà $P : P'' = \frac{2}{3} s v^2 : \frac{2}{3} \cdot \frac{S v^2 r^2}{R^2} = s : \frac{S r^2}{R^2}$. Poichè i due rettangoli A B, A C hanno la stessa larghezza, deve stare $s : S = AB : AC$, ossia poichè presa l'ipotenusa A C per seno totale R, diventa il cateto A B seno retto r dell'angolo dell'obliquità della scarpa, ossia dell'angolo dell'incidenza dell'acqua percuziente, $= r : R$. Adunque messa nella proporzione di sopra al luogo della ragione $s : S$ la ragione uguale $r : R$ si avrà finalmente $P : P'' = r : \frac{R r^2}{R^3} = R^2 : r^2$. Quindi se sarà dato l'angolo A C B dell'obliquità della scarpa, trovato nelle Tavole Trigonometriche il di lui seno, si saprà di quanto siasi scemato per la scarpa A C l'urto diretto dell'acqua. Se sarà l'obliquità di 45 gradi, essendo in questo caso $r^2 = \frac{1}{2} R^2$ (517.), sarà la percossa, che sostiene la scarpa A C dalla corrente dell'acqua, la metà soltanto di quella, che avrebbe sostenuta la superficie A B del pilastro, se fosse stata esposta all'urto diretto della stess'acqua. Ciocchè ec.

PRO-

PROBLEMA VI.

Ritrovare la miglior situazione da darsi ad un pennello, affinchè l'acqua possa dalla sponda, che corrode, deviare colla maggior forza possibile verso l' opposta.

548. Quando la corrosione s'innoltra in modo, che, essendo intaccato interiormente l' argine, non può più questo reggere al proprio peso, succede allora la rotta del fiume. Si rimedia alla corrosione, deviando col mezzo di un pennello, ossia riparo il corso dell' acqua dalla sponda, che corrode, verso l'opposta. Ma qual' è la migliore situazione da darsi al pennello? Sia A*a*B*b* (fig. 20.) l' alveo di un fiume, che si move da S verso *r* secondo la direzione parallela alle sue sponde B*b*, A*a*. Per impedire la corrosione della parte D*b* della sponda vi s' innalzi il pennello DM obliquamente al corso del fiume. Egli è chiaro, che il corso dell' acqua deve deviare dalla parte D*b* della sponda verso la parte C*a* dell' opposta. Ma con qual forza? Rappresenti R*r* la velocità assoluta dell' acqua, che urta obliquamente nel pennello DM, e fatto intorno di R*r* come intorno di una diagonale il rettangolo R*orp*, si discomponga essa nelle due R*o*, *or*, la prima delle quali rappresenta la velocità, con cui l' acqua secondo la direzione

Ro parallela al piano DM si scosta dalla sponda Db verso l'opposta, l'altra come perpendicolare allo stesso si distrugge. Però, chiamato V la velocità assoluta dell'acqua, v la velocità, con cui questa si move secondo la direzione Ro parallela al piano DM, si avrà $V : v = Rr : Ro = DM : Dm$ per la somiglianza dei due triangoli Ror, DmM; e per conseguenza $v = \frac{Dm . V}{DM}$.

Nello stesso modo, messo lo stesso pennello nella situazione DN, si troverà $v' = \frac{Dn . V}{DN}$, dove v' esprime la velocità, con cui l'acqua devía dalla stessa sponda Db verso la stessa sponda opposta Ca secondo la direzione parallela al piano obliquo DN. Essendo le forze come i prodotti delle masse nelle velocità, e le masse, che in tempi eguali urtano negli obliqui pennelli DM, DN come le perpendicolari Mm, Nn, deve la forza F, con cui l'acqua devía dalla sponda Db per il pennello DM, ossia deve $F = \frac{Dm . V . Mm}{DM}$, e la forza f, con cui l'acqua devía dalla stessa sponda per il pennello DN, ossia deve $f = \frac{Dn . V . Nn}{DN}$. Adunque starà

$$F : f = \frac{Dm . V . Mm}{DM} : \frac{Dn . V . Nn}{DN} = Dm .$$

$Mm : Dn . Nn$, essendo $V = V$, $DM = DN$, giacchè si tratta dello stesso pennello diversamente situato.

Egli è chiaro, che la forza di deviazione dev' esser massima, allorchè il prodotto di Dm in Mm è il massimo di tutti i prodotti, che possono nello stesso modo formarsi in tutto il quadrante $CMNb$. Ora si ha il massimo di tutti questi, quando le due rette, che si moltiplicano assieme, sono eguali. Però, affinchè l'acqua resti deviata colla maggior forza possibile dalla sponda Db verso l'altra opposta, deve avere il pennello colla sponda inferiore Db l'inclinazione di 45 gradi, essendo in questo solo caso i lati Dm, Mm del triangolo rettangolo DmM eguali, attesa l'eguaglianza degli angoli semiretti MDm, DMm. Ciocchè ec.

549. *Coroll.* I. Poichè l'acqua si move contro il pennello DM colla velocità Rr, e non devía, che non colla minore velocità Ro, se non ha essa precisamente, che la velocità bastevole a sostenere le materie straniere, che porta, le deve dopo l' urto deporre, ed interrare il pennello DM principalmente nell'angolo BDM, dove la velocità della corrente resta scemata anche dalla resistenza della sponda BD. Similmente non movendosi più l'acqua rinchiusa nell'angolo MDb colla velocità di prima, essa pure depone al fondo le sue materie straniere, e lo riempie a poco a poco.

P 2

550. *Coroll.* II. Se la forza, con cui l'acqua resta deviata per il riparo D M, sarà maggiore della consistenza della riva C *a*, verso la quale s'accosta, dovrà la riva restar corrosa. Quindi si vede come col mezzo del pennello D M si può a poco a poco togliere un mucchio di arena formato nell'alveo di un fiume, dirigendo contro di quello l'impeto dell'acqua deviata dalla sponda D *b*.

PROBLEMA VII.

Determinare il giusto peso da darsi alle ruote dei mulini.

551. SI concepisca una ruota verticale, fornita di ale rettangolari dirette tutte al centro, ossia perpendicolari alla circonferenza, e mossa dall'urto dell'acqua corrente di un canale orizzontale su la sua ala inferiore, e verticale. Si ponga *s* la superficie dell'ala percossa, A D la velocità assoluta (fig. 21.) dell'acqua corrente, e P la resistenza da innalzarsi, che si può supporre annessa all'asse della ruota. Si ponga di più, che la distanza del centro di gravità della superficie *s* dal centro della ruota stia alla distanza della resistenza P da questo stesso centro, ossia al raggio dell'asse = R : 1. Egli è chiaro, che il moto della ruota deve sul principio accelerarsi continuamen-

te, finchè la forza dell' impulsione dell' acqua corrente sia maggiore della resistenza, che oppone al moto la ruota. Ma tostochè la prima diventa eguale alla seconda, il moto della ruota dev' essere in ciascun momento eguale. Si cerchi adunque

I. La forza dell' impulsione dell' acqua corrente sul principio del moto della ruota. L' impulsione, che fa sul principio l' acqua corrente nella superficie dell' ala, dev' esser $= \frac{7}{3} AD^2 . s$ libb. parig. (513.). Onde, poichè l' ala è volubile intorno al centro della ruota, si deve considerare il peso, al quale equivale l' impulsione della corrente, come una potenza destinata al moto della ruota; e perciò il momento, ossia la forza della impulsione dell' acqua corrente deve esser $= \frac{7}{3} AD^2 . s . R$. Per la stessa ragione la forza della resistenza da innalzarsi dev' esser $= P . 1 = P$.

II. Il valore di P. Si ponga AB la velocità del centro di gravità della superficie s, allorchè la ruota si move uniformemente. Si vede, che BD in questo caso sarà la velocità respettiva dell' acqua corrente, che agisce sull' ala della ruota. Quindi, poichè l' impulsione, che fa in questo caso l' acqua corrente sull' ala, $= \frac{7}{3} BD^2 . s$, dev' essere il momento, ossia la forza della stessa $= \frac{7}{3} BD^2 . s . R$; e perciò, essendo in questo stesso caso la forza eguale alla resistenza, che oppone al moto la ruota, dev' esser $P = \frac{7}{3} BD^2 . s . R$.

III. L'effetto, che produce la ruota, mentre il suo moto è diventato uniforme. Egli è chiaro, che il suo effetto confifte nel movere la refiftenza P colla velocità affoluta x. Poichè la velocità affoluta del centro di gravità della superficie s dell'ala nel tempo dell'uniformità del moto della ruota fi è AB, ficcome abbiam detto, e poichè quefta velocità deve ftare alla velocità affoluta x della refiftenza P durante l'uniformità del moto della ruota come la diftanza del centro di gravità della superficie dell'ala dal centro della ruota alla diftanza della refiftenza P dallo fteffo, offia $= R : 1$, facendo quefta una rivoluzione intorno all'affe nel tempo, che la ruota fi ravvolge intorno di se fteffa, se fi farà $x : AB = 1 : R$, fi avrà la velocità affoluta della refiftenza P, offia $x = \frac{AB}{R}$. Però l'effetto della ruota, durante l'uniformità del di lei moto, dev' effer $= \frac{2}{3} . \frac{BD^2 . s . R . AB}{R} = \frac{2}{3} . 4BC . CD . s . AB$, effendo, divisa la retta BD per metà nel punto C, $BD^2 = 4BC . CD$.

Ora l'effetto della ruota è maffimo, quando il prodotto, che nasce dalla moltiplica delle tre parti BC, CD, AB della retta AD, è maffimo; il che fi ottiene allora soltanto, quando le tre suddette parti sono eguali. Però affinchè l'effetto della ruota fia maffimo, offia affinchè la

ruota lavori col maſſimo vantaggio, bisogna, che la velocità aſſoluta A B del centro di gravità della superficie s dell' ala percoſſa ſia nel tempo della uniformità del moto della ruota $= \frac{1}{3}$ A D, della velocità aſſoluta cioè della corrente. Perciò anche il giuſto peso da darſi alla ruota, perchè lavori col maſſimo vantaggio, oſſia $P = \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{2} AD^2 \cdot s \cdot R$ libb. parig. (meſſo nell'equazione di sopra al luogo di BD^2 il quadr. di $\frac{2}{3}AD$, oſſia $\frac{4}{9} AD^2$), eguale cioè a quattro none del momento dell' impulſione della corrente sull'ala della ruota al principio del moto. Ciocchè ec.

552. *Scolio* I. Queſt' è l' esatta dimoſtrazione, che diamo del celebre ritrovato di M. Parent, Maclaurin nella sua grand' Opera delle Fluſſioni diede la soluzione, conſiderando anche lo sfregamento. Ma la teoria di queſto è sottopoſta a gravi difficoltà (628).

553. *Scolio* II. Il vento non è solamente l' anima della navigazione, ma eziandio dei *mulini a vento*, che ſi adoperano principalmente nei luoghi, che scarseggiano d' acqua, per folare i panni, per segar legni, per macinare il grano, per eſtrar l' olio dai semi ec. In queſta macchina, la ſtruttura interiore della quale è molto ſimile a quella dei mulini ad acqua, ſi applica la forza motrice col mezzo di quattro ale, che presentano le lor piane superficie obliquamente alla direzione del vento. Operando su di eſſe, come su di altrettante leve il vento le coſtringe

P 4

a rinculare; il che non poſſon fare, se non girando, e facendo girar l'aſſe, oſſia il tronco, a cui sono eſſe attaccate. Affinchè il vento poſſa colla maggior poſſibile velocità ravvolger le ale di un mulino, bisogna, che l'obliquità di queſte non ſia nè troppo grande, nè troppo piccola. Se è troppo grande, ſi scema grandemente l'azion del vento: se poi è troppo piccola, tutto lo sforzo allora del vento, quantunque maggiore, tende a rovesciare la macchina. Quale adunque? Si è ritrovato dopo M. Parent col mezzo del calcolo differenziale, che per dare alle ale la ſituazione più vantaggiosa al loro moto è d'uopo, che l'angolo, ch'eſſe contengono colla direzione del vento, ſia di 54.° 44.', giuſt'appunto come dev'eſſer l'angolo del *timone* col prolungamento della *colomba* per far girare la nave colla maggiore preſtezza poſſibile. Non ſi deve però qui paſſare sotto ſilenzio, che i Geometri nella soluzione di queſto Problema non hanno riguardo al cangiamento, che riceve la velocità finita del vento da quella delle ale del mulino. Ond'è, che queſto ritrovato è molto imperfetto per poterne far uso. Egli è certo, che la velocità delle ale toglie al vento una parte molto conſiderabile della sua velocità: anzi talvolta, ſiccome c'insegnano le oſſervazioni, la toglie intieramente, principalmente nella parte superiore delle ſteſſe, dov'eſſa è più grande, eſſendo le velocità di differenti punti dell'ala fra loro,

come le distanze di questi dal centro del moto. Però la situazione ritrovata è buona soltanto per quelle parti dell' ala, le quali, poichè sono assai vicine al centro del moto, hanno pochissima velocità. In pratica si dà ordinariamente alle ali l' angolo di 60.°

CAPO III.

Della resistenza, che oppongono al moto dei corpi i fluidi.

554. I Fluidi, che attorniano i corpi, oppongono al moto di questi tre specie di resistenza. La 1.ª nasce dalla coerenza delle loro particelle, avendo esse, siccome c' insegna l'esperienza, un certo grado di tenacità maggiore, o minore secondo la loro minore, o maggiore fluidità. Ora questa coerenza si oppone alla separazione delle particelle dei fluidi, la quale dev'esser fatta dalla superficie anteriore del mobile, se ha questo da moversi. A sì fatta resistenza in qualche parte si rimedia o col mezzo del calore, o dell' assottigliamento della materia in particelle più piccole, più liscie, e più sdrusciole. La 2.ª proviene dalla massa del fluido smosso da luogo. Un corpo non può moversi dentro di un fluido, se non spinge ad ogni tratto dinanzi a se quella parte dello stesso, che gli attraversa la strada.

Ora quanto di moto comunica il mobile al fluido smosso, altrettanto ne perde, essendo la reazione sempre contraria, ed eguale all'azione. La massa del fluido smosso dipende dalla di lui densità, e volume, che si misura dalla superficie anteriore del mobile, e dello spazio descritto in un tempo dato, cosicchè se il mobile è sferico, e si move in linea retta dentro dell'acqua in un minuto, il volume dell'acqua smossa equivale ad un cilindro di acqua, il quale abbia per base il cerchio massimo del mobile, e per asse la retta descritta in quel tempo dal suo centro. La 3.ª finalmente specie di resistenza nasce dallo sfregamento, che le parti principalmente posteriori della superficie del mobile fanno con quelle del fluido. Quest'ultima è minore delle altre due specie, attesa l'estrema piccolezza, e mobilità delle particelle dei fluidi, e si può senza pericolo di error notabile trascurare massimamente, quando la lunghezza del mobile rispetto alla sua larghezza non è molto grande. La 1.ª, quantunque non sia in se stessa dispregevole, è quasi nulla in paragone della seconda. Io qui tratto soltanto della 2.ª.

555. Questa resistenza siegue appuntino le stesse leggi, e si misura nello stesso modo, che la percossa dei fluidi. Nè v'ha punto maraviglia. Infatti un corpo, qualunque esso siasi, soffre da un fluido la stessa mutazione, o si mova dentro di un fluido stagnante con una data velo·

cità, e direzione, oppure urti il fluido colla stessa velocità, e direzione in quel corpo posto in quiete, siccome ciascun vede anche senza la rigorosa dimostrazione di M. d'Alembert nel suo *Essai sur la resistance des Fluides*. Ond'è, che la resistenza, che un fluido oppone al moto di un corpo, è uguale alla percossa, che lo stesso fluido mosso colla velocità di quel corpo, e secondo la medesima direzione sarebbe contro il medesimo corpo supposto in quiete. Adunque tutto ciò, che abbiamo dimostrato nel I. Capo della percossa de' fluidi, si deve applicare anche alla loro resistenza.

556. Essendo la percossa, che i fluidi esercitano su i corpi solidi, maggiore, o minore, *caeteris paribus*, secondo la minore, o maggiore obliquità delle loro direzioni, ognun vede, che secondo la diversa figura dei solidi, diversa anche dev'essere la resistenza, che questi debbon patire dallo stesso fluido, quantunque sia eguale la loro velocità. L'emisfero KAZ (fig. 16.), mentre percorre un dato spazio secondo la direzione del suo asse AC con una data velocità, smove la stessa quantità di fluido, ossia rivolta nel suo moto al fluido resistente la base KZ, o la superficie convessa. Eppure la resistenza, che esso soffre dal fluido, non è la stessa in ambedue i casi, essendo essa nel primo due volte maggiore, che nell'altro (522.). Ma perchè? Quando la base dell'emisfero è rivolta al fluido resi-

ſtente, l' azion di queſto è perpendicolare, ed uniforme su tutti i di lei punti, mentre nell'altro caso, se ſi eccettua il solo punto A, è in tutti gli altri della superficie conveſſa obliqua, e varia secondo l' obliquità diversa di queſti ſteſſi punti all' orizzonte. Ora s' intende, come dalla figura del mobile dipenda la quantità della di lui reſiſtenza: come queſta ſia maſſima nel 1.° caso, ed incapace d' incremento, o di decremento, poſta la ſteſſa grandezza della superficie KZ, la ſteſſa velocità del mobile, e la ſteſſa denſità del fluido reſiſtente: come finalmente nel 2.° caso ſia tanto mutabile, quanto varia può eſſer la poſizione dei punti componenti la figura del mobile.

557. Qual'è dunque quel solido, che, movendoſi dentro di un fluido, patisce la minima reſiſtenza? Il gran Newton, che ſi deve riguardare come il Padre della dottrina della reſiſtenza dei fluidi, fu il primo ad indicare la ſtrada, che porta alla soluzione del Problema. Egli è chiaro, che queſto solido dev' eſſer terminato da una superficie curva. Qual ſia queſta superficie, ci è ſtato insegnato spezialmente dal Sig. Bouguer nel suo *Trattato della nave*, e negli *Atti dell' Accademia scientifica di Parigi*. Egli ritrovò, che il solido della minima reſiſtenza è una conoide, la superficie della quale è compoſta da infinite curve, che van tutte a terminare al suo vertice. Dimoſtrò inoltre, che in qualunque direzione ſi mova queſto solido, e qualunque

urto riceva dal fluido, patisce sempre la minima resistenza, purchè le direzioni del fluido non formino col suo asse grandi angoli. In questo caso il solido di minima resistenza si cangia in quello della massima, soffrendo allora dal fluido la massima resistenza; il che è affatto maraviglioso. Ma questo caso quasi mai avviene nelle navigazioni; ond'è, ch'esso è il più atto all'uso della navigazione.

558. I principj, che abbiamo stabiliti, ci fan vedere, che il moto di un corpo, che discende per l'aria unicamente in vigore della propria gravità, deve diventare finalmente uniforme, quantunque venga dalla propria gravità continuamente accelerato. Si ponga, che un grave discenda unicamente in vigore della propria gravità attraverso dell'aria. Egli è chiaro, che la sua velocità sarà sul principio accelerata, giacchè la gravità accelera continuamente il moto dei corpi discendenti. Ma in proporzione, che si farà maggiore la sua velocità, si farà anche maggiore la resistenza dell'aria, crescendo questa, *caeteris paribus*, come il quadrato della velocità del mobile (510.). Quindi è, che, restando la forza acceleratrice della gravità sempre la stessa, deve questa finalmente diventare uguale alla resistenza dell'aria. In questo caso deve il corpo discendere per l'aria sempre colla stessa velocità, ossia con moto uniforme. I corpi, che cadon per l'aria, debbon, siccome ciascun vede,

giungere più, o men presto a cotesto moto uniforme secondo la maggiore, o minore densità dell' aria, secondo la maggiore, o minore loro superficie, e secondo finalmente il minore, o maggior loro peso sotto la stessa superficie.

559. Gli stessi principj c' insegnano, come mediante la forza, che fa il vento sulle vele di una nave, si fa il moto di questa, non ostante la resistenza dell' acqua sulla prora. Quando una nave resta immobile nelle acque del mare, essa non è allora soggetta, che all' azione del suo peso, e della forza attollente dell' acqua, siccome abbiam detto nell' Idrostatica. Ma tostochè la nave è alla vela, e si move, oltre le prime due forze vi son due altre, che si debbon considerare, l' impulsione cioè del vento, che mette in moto la nave, e la fa avanzare, e la resistenza, che quindi deriva, dell' acqua contro la prora, o il fianco della carena, secondochè la direzione del cammino è o diretta, o obliqua. Le prime due delle quattro forze son sempre le stesse, nè si variano, qualunque sia la velocità del moto della nave, dipendendo il peso di questa unicamente dalla massa, la forza attollente dell' acqua dal peso di questa sotto il volume della carena giusta gl' insegnamenti dati nell' Idrostatica. Non così si deve dire delle altre due forze, dipendendo l' azione di queste più, o men forte dal moto stesso della nave, ed ecco in qual modo. „ La nave uscendo dal porto non acquista il suo moto, se non a

gradi infinitamente piccioli; presso a poco nello stesso modo, in cui i gravi nella loro caduta non pervengono a una certa velocità, se non in virtù d'un'azione ripetuta infinite volte dal peso. A principio l'impulsione del vento le imprime gradi troppo grandi di velocità, e tali, che la resistenza dell'acqua non può intieramente distruggerli. Perchè la velocità del cammino essendo ne' primi istanti picciolissima, la resistenza dell'acqua, che ne dipende, dee parimente esser debolissima. Ma a misura, che la nave si move più presto, si sottra, per così dire, maggiormente dall'azione del vento, e le vele sono colpite con minor forza. Tutto il contrario succede nell'impulsione dell'acqua contro la prora, perchè questa s'accresce per la velocità della nave. Onde i nuovi gradi, che lo sforzo della vela aggiunge al moto del vascello, vanno sempre diminuendo, mentre all'opposto quelli, che toglie la resistenza dell'acqua contro la prora, crescono continuamente. Quanto più grandi sono i gradi aggiunti dei gradi sottratti, tanto più si accelera la velocità del cammino. Ma finalmente quando questi diversi gradi son giunti all'eguaglianza, o l'impulsione del vento sulle vele ha perduto tanta forza, che non agisce in un senso più di quello, che agisca in senso contrario la resistenza dell'acqua contro la prora, allora la nave non deve più accrescere la sua velocità, e dee moversi con un moto perfettamente unifor-

me. Tutto ciò si compisce in pochissimo tempo in molto men di quello, che ordinariamente vi vuole per isviluppare tutte le vele, e disporle ". Bouguer nella stess' Opera c. I. l. III.

560. Ma qui non debbo passar sotto silenzio, che, quando si tratta di una barca, che si move lungo un canale, la resistenza, che al moto di quella oppone l' acqua, dipende anche dalla larghezza, e profondità dello stesso canale. Quanto più stretto, e men profondo si è questo, tanto maggiore si è la resistenza, che alla barca fa l' acqua, non avendo l' acqua, che dalla barca viene spinta, la sufficiente libertà di passare dalla parte anteriore alla posteriore. Ond' è, che i barcajuoli nei canali stretti duran più fatica ad avanzarsi, allorchè le acque sono più basse. Ond' è anche, che, allorchè si ha da scavare un canale di navigazione, bisogna dargli la maggior larghezza, e profondità possibile, purchè ciò sia compatibile col corpo dell' acqua, che vi deve scorrere. Ond' è in fine, che si deve scansare, quando le circostanze locali non ci costringono, di costruire canali sotterranei, non potendosi dare a questi le necessarie dimensioni, se non con grandissime spese sì per riguardo all' estrazione della terra, come ancora per riguardo alla costruzione delle volte, che sono quasi sempre necessarie in tali operazioni.

561. La resistenza, quantunque sembri nemica del moto, è però causa principale di varj

moti

moti singolari. Senza di essa in vano tenterebbero gli uccelli il volo per l'aria, in vano si adopererebbero i pesci per moversi nell'acqua, in vano finalmente si sforzerebbero gli uomini per movere coi remi le barche. Che dirò poi dei grandi vantaggi, ch'essa apporta al genere umano? Basta qui riflettere, che se la Divina Providenza non avesse opposto al moto dei gravi cadenti la resistenza dell'aria, poichè questi nelle loro libere discese accelerano continuamente il proprio moto, l'acqua del Cielo, attesa l'enorme altezza della sua caduta, in vece di fecondare le campagne, le desolerebbe. Ora che farebbero le grandini?

PROBLEMA I.

Dati due corpi simili di disuguale grandezza, ritrovare, quanto più di resistenza soffra il minore, che il maggiore, rispetto al proprio volume nell'ipotesi, che ambedue i corpi si movano con egual velocità, e secondo la stessa direzione dentro lo stesso fluido.

562. Poichè i due corpi simili si movono, siccome si suppone, con egual velocità, e secondo la stessa direzione dentro lo stesso fluido, saranno le resistenze, che patiscono, in ragione soltanto delle loro superficie (510.). Si cerchi adunque,

quanto più di superficie ha il solido B minore rispetto al suo volume, che il maggiore A rispetto al suo volume. Un lato del solido B dicasi b, il lato omologo del solido A chiamasi a. Essendo le superficie dei corpi simili in ragion duplicata, i volumi in ragion triplicata dei lati omologhi, sarà la superficie di $A = a^2$, quella di $B = b^2$, il volume di $A = a^3$, quello di $B = b^3$. Quindi, fatta la ragione della superficie del corpo A al proprio volume $= \frac{a^2}{a^3}$, quella della superficie del corpo B al proprio volume $= \frac{b^2}{b^3}$, si avrà la superficie del corpo A considerata rispetto al proprio volume alla superficie del corpo B considerata rispetto al proprio volume $= \frac{a^2}{a^3} : \frac{b^2}{b^3} = b : a$, vale a dire in ragione inversa dei lati omologhi. Si vede adunque, che il solido minore B deve dal fluido, in cui si move, patire tanto maggior resistenza rispetto al proprio volume, che il solido maggiore A, quanto minore si è il suo lato del lato omologo dell' altro, cosicchè se i due solidi saranno due sfere A, B, e se il diametro a della prima sarà di 12 pollici, e quello b della seconda di 1, la sfera minore B, movendosi dentro lo stesso fluido colla stessa velocità, e direzione, deve sostenere una resistenza dodici volte mag-

giore, che l'altra sfera A, rispetto al proprio volume. Ciocchè ec.

563. *Coroll.* Quindi s'intende, perchè il vento, quantunque non possa sollevare da terra un piede cubico di marmo, sollevi in un momento di tempo ad altezze smisurate innumerabili piedi di arena, siccome appunto succede nei deserti dell'Affrica, dove i venti impetuosi, che ivi spirano, alzano montagne di arena, le trasportano da un luogo all'altro, e rendono quelle vaste pianure ondeggianti come un mare in tempesta? Perchè una palla venga dall'impulsione della polvere portata sempre molto più lungi, che un'egual quantità di palline della stessa materia? Perchè le barche più piccole hanno minore uso, che le più grandi nel trasporto delle merci? Perchè gli animali più piccioli debbon respettivamente al lor volume far più forza, che i grandi, per moversi, o per volare? Ond'è, che la Natura ha data ai loro muscoli maggior consistenza.

PROBLEMA II.

Ritrovare l'altezza, dalla quale cadendo un grave sferico acquista una tale velocità, che movendosi in un dato fluido provi nel principio una resistenza eguale al proprio peso.

564. Si ponga x l'altezza, che si dimanda, e g il peso del dato fluido sotto il volume di un

piede cubico. Sarà la resistenza, che proverà la sfera nel principio del suo moto, movendosi dentro di quel fluido secondo la direzione del suo asse colla velocità acquistata in fine della sua discesa dall'altezza x, sarà, dico, $= gsx$, libb. parig., dove s esprime in piedi quadrati la superficie di un cerchio massimo della sfera (525.). Ora si chiami d il diametro della sfera, e p la periferìa del cerchio massimo della stessa: sarà la superficie di questo cerchio, ossia $s = \frac{1}{4}dp$. Però, fatta la sostituzione, dev' esser la suddetta resistenza $= \frac{1}{4}dgpx$.

Si cerchi poscia il peso della data sfera: si troverà, chiamato g' il peso della materia di essa sotto il volume di un piede cubico, $= \frac{1}{6}d^2g'p$ libb. parig., essendo la superficie della sfera $= \frac{1}{4}dp \cdot 4 = dp$, poichè essa è eguale all' area di uno de' suoi cerchj massimi presa quattro volte, e la solidità della stessa $= \frac{1}{6}d^2p$ piedi cubici, giacchè questa è uguale ad $\frac{1}{6}$ del prodotto della superficie nel diametro, siccome si dimostra nella Geometria.

Quindi è, che, dovendo la resistenza, che patisce la sfera nel principio del suo moto, essere eguale al peso della stessa sfera, dev' esser $\frac{1}{4}dgpx$ $= \frac{1}{6}d^2g'p$; e perciò $x = \frac{2dg'}{3g}$ piedi parigini. Ciocchè ec.

565. *Coroll.* I. Si ponga la gravità specifica della sfera eguale a quella del fluido, dentro

del quale essa si move: sarà in questo caso $g = g'$, e quindi l'altezza, dalla quale deve cadere la sfera per provare una resistenza eguale al proprio peso, ossia $x = \frac{2}{3} d$.

566. *Coroll.* II. Se la gravità specifica della sfera sarà maggiore, o minore di quella del fluido, l'altezza dimandata sarà maggiore, o minore di due terzi del diametro, essendo nel 1.° caso $\frac{2dg'}{3g}$ maggiore di $\frac{2}{3}d$, e minore nell'altro.

567. *Scolio*. Nello stesso modo si troverà l'altezza, dalla quale deve cadere un cilindro retto, perchè possa acquistare tal velocità, che, movendosi dentro di un fluido o secondo la direzione del suo asse, o secondo quella del suo diametro, provi una resistenza eguale al proprio peso.

PROBLEMA III.

Ritrovare lo spazio, che descrive una sfera secondo la direzione del suo asse in un fluido di data gravità specifica nel tempo, che perde metà della sua velocità.

568. Si dica x lo spazio, che si dimanda: sarà, siccome si dimostra dai Matematici, $x = \frac{2}{3} d. \frac{13863}{10000} = \frac{9}{10} d$ in circa, dove d esprime il dia-

metro della ſfera, allorchè queſta ſi move in un mezzo tranquillo di una denſità eguale alla sua. Ora la quantità del fluido smoſſo da queſta sfera è uguale ad un cilindro, che abbia per base un cerchio maſſimo della sfera, e per altezza la linea, che il di lei centro descrive, oſſia $\frac{9}{10}$ del di lei diametro. Quindi, poichè le maſſe sono come i volumi, quando le denſità sono, ſiccome nel noſtro caso, le ſteſſe, chiamata M la maſſa del cilindro, *m* quella della sfera, ſi avrà $M : m = \frac{1}{4} dp \cdot \frac{9}{10} d : \frac{1}{6} d^2 p$ (564.) $= 54 : 40 = 27 : 20$. Da ciò ne ſiegue, che, se la denſità del mezzo sarà diversa da quella della sfera, ogni volta, che queſta avrà rimoſſa una maſſa del mezzo, che ſtia a quella della sfera $= 27 : 20$, avrà eſſa perduta la metà della sua velocità.

Adunque ſia da ritrovarſi lo spazio, che descrive nell'aria una palla da cannone nel tempo, ch'eſſa perde la metà della sua velocità. Cerco primieramente il rapporto della denſità della palla di ferro a quella dell'aria, oſſia della gravità specifica del ferro a quella dell'aria, e trovo, che ſtà la gravità specifica del ferro a quella dell'aria preſſo la Terra $= 6116 : 1$, ſtando secondo la Tavola delle gravità specifiche la gravità specifica del ferro a quella dell'aria preſſo la Terra $= 7{,}645 : 0{,}001 \frac{1}{4} = 7645 : 1 \frac{1}{4} = 30580 : 5 = 6116 : 1$. Cerco di poi l'aſſe del cilindro dell'aria smoſſa dalla palla nel tempo, che queſta perde la metà del suo

moto. Si ponga x l'asse ricercato: sarà la massa del cilindro $= \frac{1}{4}dpx \cdot 1 = \frac{1}{4}dpx$, e la massa della palla di ferro $= \frac{1}{6}d^2p \cdot 6116 = \frac{6116}{6}d^2p$. Quindi, poichè la massa dell'aria smossa deve stare alla massa della palla di ferro, perchè questa perda la metà del suo moto, $= 27 : 20$, ossia poichè deve stare $\frac{1}{4}dpx : \frac{6116}{6}d^2p = 27 : 20$, dev'esser $20 \cdot \frac{1}{4}dpx = 27 \cdot \frac{6116}{6}d^2p$. Però l'asse del cilindro dell'aria smossa, ossia lo spazio, che percorre la palla di ferro nell'aria nel tempo, ch'essa perde la metà della sua velocità, dev'esser $x = 27 \cdot \frac{6116 \cdot 4 \cdot d}{20 \cdot 6}$. Nello stesso modo si deve procedere, qualunque sia il fluido, dentro cui si move la palla. Generalmente parlando, chiamata G la gravità specifica della palla, g quella del fluido, S lo spazio, che la palla deve percorrere dentro di questo fluido per poter prendere la metà della sua velocità, si troverà $S = \frac{54\,dG}{55\,g}$ piedi parig., purchè il diametro d si esprima in piedi parig.

Se il mobile avesse un'altra figura, patirebbe una diversa resistenza (556.), e per perdere la metà del suo moto gli sarebbe necessario fare uno spazio maggiore, o minore secondo la figura, che avesse, o secondo quella della sua superficie anteriore nel moto. Ciocchè ec.

569. *Scolio*. Non mancano dei Fisici, che così ragionano. Un cilindro retto, che si move

secondo la direzione del suo asse in un fluido della stessa densità, smove nel tempo, che percorre uno spazio eguale alla lunghezza del suo asse, una massa di quel fluido eguale alla sua. Ora secondo le leggi della Dinamica un corpo non può movere una quantità di materia eguale alla sua senza comunicarle metà del suo moto. Però un cilindro retto mosso secondo la direzione del suo asse in un fluido della stessa densità perde la metà della sua velocità nel tempo, in cui farebbe uno spazio eguale alla lunghezza del suo asse. Da ciò eglino facilmente raccolgono, che debba una sfera mossa in un mezzo resistente della stessa densità secondo la direzione del suo asse perdere la metà della sua velocità dopo di aver fatto uno spazio eguale a quattro terzi del suo diametro. Ma questo ragionamento, quantunque a prima vista sembri concludente, è affatto insussistente, supponendo esso, che un mobile perda sempre la stessa quantità di velocità, o urti in un sol corpo, o urti in più corpi, la somma delle masse dei quali sia eguale alla massa del sol corpo urtato, il che è falso, siccome c' insegna la Dinamica. Si ponga, che il corpo A del peso di due libbre urti nel corpo B quiescente dello stesso peso direttamente con 12 gradi di velocità. Sarà la velocità del corpo A dopo l' urto $= 6$, essendo essa eguale alla quantità del suo moto divisa per la somma delle masse. Ora si concepiscan due eguali corpi C, D, la

somma delle masse dei quali sia eguale alla massa del corpo B: sarà la velocità di A dopo il suo urto diretto contra C = 8. Se A dopo di questo urto colla velocità residua di 8 urterà direttamente nel corpo D, essendo in questo caso la quantità del moto del corpo A = 16, sarà la di lui velocità dopo l' urto = $5\frac{1}{3}$. Si vede adunque, che il corpo A non perde la stessa quantità di velocità, o urti nel solo corpo B, o urti in più corpi C, D, le masse dei quali prese assieme sieno eguali alla massa del solo corpo B. I Matematici dimostrano, che un cilindro retto mosso in un fluido di eguale densità secondo la direzione del suo asse perde la metà della sua velocità, allorchè lo spazio percorso = $\frac{a \cdot 13863}{2 \cdot 10000}$ piedi parig., dove *a* esprime l'altezza del cilindro.

CAPO IV.

Del cangiamento, che producono nella direzione del moto di un mobile le diverse resistenze dei fluidi.

570. QUando un mobile passa da un fluido in un altro, ossia da un mezzo in un altro diversamente denso, se il suo moto è obliquo alla superficie, che separa un mezzo dall' altro, av-

viene allora, ch' esso in vece di continuare il moto secondo la sua direzione, la cangia, prendendone un'altra affatto diversa. Questa deviazione del mobile dalla sua prima direzione si chiama dai Fisici convenientemente *refrazione*. Si supponga, che la palla M (fig. 22.) movendosi dentro l'aria secondo la direzione MB cada obliquamente nella superficie AC dell' acqua. Dove anderà? Ella non si moverà in E secondo la sua primiera direzione; ma storcendo il suo cammino si porterà verso D. Ma se il mezzo, dove la palla M si move, fosse di acqua, la palla cadendo secondo la direzione obliqua nella superficie AC dell' aria, non anderebbe direttamente al punto E, nè al punto D. Dove dunque? Ella piegando nel punto B la sua direzione anderebbe direttamente verso F. Ora questo cangiamento, che prova la palla nella direzione del suo moto, allorchè ella passa obliquamente o da un mezzo men denso in un più denso, o da un mezzo più denso in un men denso, è ciò, che si nomina refrazione.

571. Si distingue un caso dall' altro mediante la perpendicolare BH tirata nel nuovo mezzo dal punto B, dove la palla colpisce la superficie AC di esso. Se la direzione del corpo nel nuovo mezzo passa per BF tra la perpendicolare BH, e tra la produzione BE della direzione MB, ch' esso avea nel primo, si dice, che la refrazione si fa, *avvicinandosi il corpo alla perpendicolare*. Ma se il prolungamento BE

della primiera direzione MB del mobile passa tra la sua direzione BD nel nuovo mezzo, e tra la perpendicolare BH, si dice in quest'altro caso, che la refrazione si fa, *scostandosi il corpo dalla perpendicolare*.

572. *Scolio*. La refrazione de'corpi dipende dalla loro figura, e direzione. Ond'è, che senza il soccorso della più sublime Geometria non si può dare una teoria generale. Io qui mi limito ai corpi sferici, e chiamo *piano d' incidenza* quello, ch'è perpendicolare alla superficie del nuovo mezzo, e che passa per la direzione del mobile.

TEOREMA I.

Un corpo sferico, se passa perpendicolarmente da un mezzo in un altro differentemente denso, non patisce veruna refrazione.

573. Sia AF la direzione (fig. 23.) perpendicolare del centro del globo, che passa dall' aria nell' acqua, DR la superficie orizzontale dell'acqua, AMFN finalmente il piano d' incidenza. Si ponga il globo penetrato nell' acqua fino in DR, cosicchè il segmento minore DFR sia tutto immerso. Si concepisca poscia, che passi per la direzione AF del globo un piano perpendicolare a quello d' incidenza, e che però

divida il globo in due parti eguali. Egli è chiaro,

I. Che la superficie del segmento maggiore DAR del globo è divisa dal piano, che passa per AF, e ch' è perpendicolare a quello d' incidenza, in due parti eguali similmente disposte riguardo alla direzione AF del globo, e collocate nello stesso mezzo, ossia nell'aria. Di queste due superficie le sole parti DM, RN eguali fra loro ricevono le impulsioni dell'aria, venendo le altre parti MA, NA difese dall'emisfero anteriore MFN, siccome consta dalla dottrina della percossa, e resistenza de' fluidi.

II. Che, essendo questa impulsione uguale sì nell' una, che nell' altra parte, non può essa produrre verun cangiamento nella direzione del globo. Imperocchè, discomposta l' impulsione, che riceve dall' aria l' elemento M della superficie MD, in due forze (519.), una parallela, l'altra perpendicolare alla direzione AF del globo, la forza perpendicolare MC può sola alterare la direzione del globo, scemando soltanto la parallela, ch' esprime la quantità della resistenza, che dall' aria soffre l' elemento M, la velocità del globo. Ma poichè anche la impulsione, che riceve dall' aria l'eguale, ed omologo elemento N dell' altra superficie NR, si risolve nelle due forze di sopra, e per esser essa eguale a quella, che sostiene dall' aria l' elemento M, la forza perpendicolare NC oltre essere opposta è anche

eguale all'altra MC, deve perciò quella distrugger questa intieramente. Ond'è, che le impulsioni eguali, che ricevono dall'aria gli elementi M, N eguali, ed omologhi delle parti MD, NR, non posson produrre verun cangiamento nella direzione del globo; il che deve dirsi anche delle impulsioni dell'aria sugli altri elementi delle stesse parti.

III. Che le altre parti MA, NA delle superficie DMA, RNA del segmento maggiore, quantunque non ricevano l'impulsione dell'aria, patiscon però la resistenza, che proviene dal loro sfregamento (554.) con le particelle dell'aria. Ma essendo questa specie di resistenza in ambedue le parti eguale, nè anche questa può apportare nella direzione del globo cangiamento alcuno.

IV. Che finalmente essendo in questo caso la superficie del segmento immerso nell'acqua divisa dal piano di sopra in due parti eguali, similmente disposte rispetto alla direzione AP del moto del globo, e poste nello stesso mezzo, ossia nella stess'acqua, deve ciascuna di queste due parti ricever dall'acqua eguale impulsione. Però nè anche le impulsioni, che dall'acqua ricevono le suddette parti, possono alterare la direzione AF del globo. Ciocchè ec.

574. *Scolio*. Qui si suppone il nuovo mezzo stagnante, essendo notissimo, che i corpi, che cadono in un fiume, o in un torrente, vengono strascinati dalla corrente dell'acqua nel tempo,

che ubbidiscono alla forza della loro gravità. Perciò gli uomini, che si annegano nelle acque correnti, non trovansi mai in quella parte del fondo, che corrisponde perpendicolarmente al sito della loro caduta.

TEOREMA II.

Un corpo sferico, se passa obliquamente da un mezzo in un altro differentemente denso, si rifrange: si allontana dalla perpendicolare, se il nuovo mezzo è più denso; si avvicina, se meno.

575. Sia B*b* la direzione obliqua del centro del globo, che passa dall' aria nell' acqua, DR la superficie orizzontale dell' acqua, e AMFN il piano d'incidenza. Si ponga il globo penetrato nell' acqua fino in DR, sicchè il segmento minore DFR si trovi intieramente immerso. Poscia dai punti C, D, R si tirino le perpendicolari E*e*, D*d*, R*r* alla direzione B*b* del globo, e si congiungano i punti *r*, *d* colla retta *rd*. In fine si concepisca, che passi sì per la direzione B*b* del globo, come anche per la retta *rd* un piano perpendicolare a quello d'incidenza, cosicchè l' emisfero BD*b* sia perfettamente eguale all' emisfero B*db*, e il segmento DFR al segmento *r*N*d*. Egli è chiaro,

I. Che le superficie dei due segmenti DFR, *r*N*d* sono eguali, similmente disposte rispetto alla direzione B*b* del centro del globo, e collocate in mezzi di differente densità, essendo il segmento DFR intieramente nell' acqua, l' altro *r*N*d* nell' aria.

II. Che le residue superficie degli emisferi BD*b*, B*db* sono eguali, similmente disposte rispetto alla direzione B*b*, e collocate nello stesso mezzo, vale a dire nell'aria. Di queste superficie le sole parti eguali R*b*, *rb*, DE, *de* ricevono le impulsioni dell' aria, mentre le altre parti eguali EB, *e*B patiscon soltanto la resistenza, che proviene dal loro sfregamento colle particelle dell' aria ambiente. Ora, essendo sì le impulsioni, che ricevono le prime, come anche le resistenze, che sostengono le altre parti, eguali, non possono esse produrre veruna mutazione nella direzione del globo.

III. Che, essendo l' impulsione, che riceve dall' acqua la superficie del segmento DFR, maggiore di quella, che nello stesso tempo riceve dall'aria la superficie dell' altro segmento *r*N*d*, deve anche la forza, ch' esercita l' acqua sulla superficie (573.) di DFR perpendicolarmente alla direzione del centro del globo, esser maggiore dell' altra, che l' aria esercita sulla superficie di *r*N*d* perpendicolarmente alla stessa direzione. Quindi è, che, non distruggendosi fra loro queste due forze, deve il centro del globo

esser sollecitato verso C*e* dall' eccesso della maggior forza, ossia poichè nello stesso tempo viene anche sollecitato verso C*b*, deve con moto composto descriver la diagonale C*c*, allontanandosi dalla perpendicolare CF.

Si ponga ora il nuovo mezzo, in cui passa obliquamente il corpo sferico, di minore densità. Ognun vede, che deve il di lui centro esser sollecitato verso CE dall' eccesso della forza maggiore, che fa il fluido più denso sulla superficie del segmento *r*N*d* perpendicolarmente alla direzione del centro del globo. Quindi, poichè viene anche nello stesso tempo sollecitato al moto secondo C*b*, deve descrivere la diagonale C*o*, ossia rifrangersi nel suo moto, avvicinandosi alla perpendicolare CF. Ciocchè ec.

576. *Scolio*. Il Teorema ha luogo anche, quando il piano G*r* d'immersione giace al di su del punto *b*. Imperocchè, tirate nel piano AMFN d'incidenza le linee E*e*, G*f*, R*r* perpendicolari alla direzione B*b* del globo, e condotta per li punti R, *f* la sezione R*f* perpendicolare al piano d'incidenza, ed evidentemente uguale alla sezione G*r*, ben si vede, che delle parti eguali GFR, *f*N*r* poste in mezzi differentemente densi le parti eguali EFR, *e*N*r* provano disuguali impulsioni, e le parti eguali GE, *fe* disuguali sfregamenti, mentre le altre parti R*b*, *rb*, GB, *f*B patiscono eguali impulsioni, sfregamenti. Perciò, se il nuovo mezzo è più denso, deve il centro del

globo

globo essere spinto secondo la direzione C*c*, rifrangendosi dalla perpendicolare CF; se poi è men denso, essere spinto secondo la direzione C*o*, rifrangendosi alla perpendicolare CF.

577. *Coroll.* I. La refrazione adunque, che patisce il globo nel suo moto, dipende necessariamente da due condizioni, vale a dire dall' obliquità della sua incidenza, e dalla diversa densità dei mezzi. Se manca l'obliquità dell'incidenza, quantunque vi sia la diversa densità dei mezzi, il moto del globo non può esser refratto (573.). Similmente se manca la diversa densità dei mezzi, sebbene vi sia l'obliquità dell'incidenza, non può il globo nel suo moto patire veruna refrazione (575.).

578. *Scolio*. Benchè la disuguale densità dei mezzi refranga il moto del globo, allorchè quello è obliquo, non bisogna però da ciò conchiudere in generale, che ogni refrazione provenga da questa causa. Per esempio la luce, mentre passa obliquamente da un mezzo in un altro di diversa densità, si refrange, siccome c'insegna l'esperienza. Ma questa refrazione non proviene certamente dalla causa di sopra, giacchè si sa, che quand'ella passa da uno in un altro mezzo più denso, dall'aria per esempio nell'acqua, o nel vetro, da un'aria men densa in un'altra più densa, s'accosta alla perpendicolare; e per lo contrario s'allontana da questa, allorchè passa obliquamente da uno in un altro mezzo di minore densità.

579. *Coroll.* II. La refrazione, che patisce il globo nel suo obliquo passaggio da un mezzo in un altro di differente densità, deve durare, finchè dura la disuguale impulsione, o resistenza, che dalla parte dei mezzi incontra la di lui superficie nel tempo dell'immersione. Quindi, poichè questa disuguale impulsione, o resistenza dura fino alla totale immersione del globo nel nuovo mezzo, deve la refrazione di esso durare, finchè giace intieramente immerso nel nuovo mezzo.

580. *Scolio* I. Può però succedere, che cessi la refrazione del globo avanti la totale di lui immersione. Si ponga molto grande la velocità del globo: diviso questo nei due emisferi E*be*, EB*e* col piano E*e* perpendicolare alla direzione B*b* del centro, si vede, che i due mezzi non possono agire, che su la superficie dell'emisfero anteriore E*be*, dovendosi formare dietro il globo una specie di voto. Però, quando il globo sarà immerso nel nuovo mezzo fino al punto *e*, dovrà in questo caso cessare la refrazione. Ma ordinariamente parlando, quando il globo s'immerge nell'acqua obliquamente, non si forma dietro di esso il voto. Ond'è, che avvi sempre fino alla di lui totale immersione disuguaglianza nelle resistenze dalla parte dei mezzi disugualmente resistenti, nè cessa, se non dopo la di lui intiera immersione.

581. *Scolio* II. Anche nei corpi solidi si fa un specie di refrazione, quantunque la causa

di questa sia diversa da quella, che ha luogo nei fluidi. Se un mobile, mentre penetra obliquamente in un solido, v' incontra una materia molto resistente, che non gli permetta il passaggio, s' incurva esso allora, e cangiando la direzione di prima si move, dove la materia è meno resistente, siccome avviene ai chiodi particolarmente, se questi son lunghi, e scarni, quando si cacciano nell' abete, dove tali refrazioni frequentemente accadono.

582. *Coroll.* III. La quantità della refrazione dipende dal grado d' obliquità d' incidenza, e dal grado di densità del mezzo refringente. Quanto più inclinata alla superficie DR del mezzo refringente si è la direzione B*b* dell' incidenza del globo, tanto più la parte *b*N*d* dell' emisfero anteriore stà di tempo nell' aria, e quindi tanto più di tempo esposta alle continue spinte, che riceve dal mezzo refringente secondo la direzione perpendicolare alla direzione C*b*. Perciò la refrazione deve crescere, a misura che cresce l' obliquità dell' incidenza del globo. Similmente quanto più denso si è il nuovo mezzo, tanto maggiore ancora dev' esser la forza, ch' esso esercita perpendicolarmente alla direzione C*b* del globo. Quindi la refrazione deve anche crescere a misura, che cresce la densità del nuovo mezzo. Per questa ragione un globo, se passa obliquamente dall' aria nel mercurio, soffre, *caeteris paribus*, maggior refrazione, che se passasse nell' acqua.

583. *Scolio*. Quando un globo cade nello stesso mezzo sotto diverse incidenze, si trova allora sempre la refrazione proporzionale all'incidenza, siccome si osserva, paragonando i seni degli angoli d'incidenza coi seni degli angoli di refrazione. Imperocchè, chiamati S, s i seni di due diverse incidenze dello stesso mobile, e S', s' i seni delle corrispondenti refrazioni, si trova, che se stà $S : S' = 2 : 3$, anche stà $s : s' = 2 : 3$. Perciò deve stare $S' : s' = S : s$.

PROBLEMA.

Esporre i fenomeni del moto refratto, i quali risultano dalla varia obliquità dell'incidenza del mobile nello stesso mezzo refringente.

584. LA refrazione è nulla, allorquando la direzione del mobile è perpendicolare alla superficie del mezzo refringente (573.). Essa incomincia coll'obliquità dell'incidenza, e si fa sempre più grande in proporzione, che l'incidenza si fa più obliqua (582.). Quindi può succedere I., che non ostante l'accrescimento, che riceve l'angolo F Cb in virtù della refrazione, resti minore di un retto; il che succede, quando non è molto grande l'obliquità dell'incidenza: II. che l'angolo F Cb mediante la refrazione diventi

retto nel momento di tempo, in cui il mobile è intieramente immerso nel nuovo mezzo; il che avviene allora, quando l'obliquità dell'incidenza è molto grande: III. finalmente, che l'angolo F C *b* col mezzo della refrazione diventi maggiore del retto; il che accade, allorchè l'obliquità dell'incidenza è grandissima. Ora egli è chiaro, che nel 1.° caso deve il mobile passare intieramente nel nuovo mezzo, e penetrarvi sempre più: che nel 2.° deve penetrarvi soltanto per uno spazio eguale al suo diametro, e moversi poscia dentro di quello secondo la direzione parallela alla superficie, che divide un mezzo dall'altro: che nel 3.° finalmente deve ripassare nel primo mezzo, convertendosi la sua refrazione in riflessione. Quindi è, che quei, che fanno tiri molto obliqui nell'acqua, molte volte colpiscono colla palla, che s'incontra nella riva opposta: che nelle battaglie navali le palle di cannone dopo di aver toccata l'acqua si rialzano: che una pietra lanciata molto obliquamente alla superficie dell'acqua risale dal punto del contatto, e s'essa ha una sufficiente quantità di moto, quando il suo peso l'obbliga a cadere obliquamente, torna a risalire, e ciò fa bene spesso cinque, o sei volte di seguito. S'intende facilmente, che il moto del mobile deve farsi sempre nel nuovo mezzo, qualunque sia l'obliquità della di lui incidenza, quando il nuovo mezzo è men denso dell'altro, scemandosi in questo

caso in virtù della refrazione l' angolo Fcb, finchè dura la refrazione. Ciocchè ec.

585. *Scolio*. La dottrina della refrazione può essere di qualche vantaggio a chi si diletta di uccidere coll' archibugio i pesci. Se il pesce fosse situato in E (fig. 22.), e il colpo si facesse secondo la direzione MB, il pesce non verrebbe colpito, seguendo il piombo dopo la sua refrazione, che lo allontana dalla perpendicolare BH la direzione BD. Però, affinchè il piombo possa arrivare in E, convien fare il tiro più basso. Anche per quest' altra ragione deve farsi più basso. Seguendo la luce nella sua refrazione leggi totalmente opposte a quella della refrazione degli altri corpi (578.), essa ci fa secondo l' Ottica comparire il pesce più elevato del giusto.

APPENDICE.

Dei principali fenomeni, che risultano dall' azione dei Fiumi sui i propri alvei.

586. Il Sig. Domenico Guglielmini nella sua grand' Opera della *Natura dei Fiumi* ha trattato sì eccellentemente la dottrina degli alvei dei fiumi, che dacchè ella uscì alla luce, quasi niente le si è potuto aggiungere, e con sì felice successo, che nelle dispute, che insorgono sopra

tali materie, si citano i di lui insegnamenti, e si rispetta la di lui autorità; *nè io so veramente*, aggiunge il suo non meno celebre Discepolo, e Commentatore Eustachio Manfredi nella sua prefazione alla suddetta, *se fra tanti ritrovamenti, che da un secolo in qua ha prodotti lo studio, e l'ingegno de' nostri, o degli stranieri Matematici, alcuno mostrar se ne possa di maggior profitto, e di uso più immediato alla società degli uomini (al cui vantaggio parmi, che dovessero indirizzarsi gli studi, che s'intraprendono da chiunque n'è parte) d'una scienza, mercè cui si ponno oggimai non più alla cieca, ma colla scorta di qualche principio, intraprendere opere grandi intorno alle diversioni, e ad ogni altro regolamento di acque correnti*. A quel libro, che dagli Architetti Idraulici ha da essere studiato colla maggiore attenzione, si deve in gran parte la dottrina, che apporto per mostrare i principali fenomeni, che derivano dall' azione dei fiumi sui i proprj alvei.

PROBLEMA I.

Spiegare, come i fiumi si scavino gli alvei stabili, e penetranti.

587. I Fiumi, mentre discendono dalle montagne, dov'essi hanno l'origine, distaccano dal ter-

reno, lungo il quale si movono, e seco trasportano varie sorte di materie, come terra, arena, ghiaja, e sassi (294.). Se queste materie si distaccano dal fondo, allora succede l'*abbassamento*; se poi dalle sponde, l'*allargamento* dell'alveo. Finchè l'acqua può corrodere il fondo, e le sponde, essa seguiterà sì ad approfondare, come ad allargare l'alveo, nè potrà cessare, se non quando la sua forza sarà equilibrata colla resistenza, che oppone l'alveo all'escavazione. Ora la forza dell'acqua corrente dipende e dalla sua massa, e dalla sua velocità. La resistenza poi, che incontra l'acqua nell'escavazione dell'alveo, è di due sorte. L'una proviene dall'alveo, l'altra dalle materie portate insieme coll'acqua. La prima dipende dalla consistenza del terreno, cioè dal peso, e dalla tenacità delle materie, dalle quali è composto l'alveo: l'altra dalla quantità, e dal peso di ciascuna delle materie portate. Egli è chiaro, che devesi dare l'equilibrio tra la forza dell'acqua corrente, e tra la resistenza, che oppone l'alveo all'escavazione, quando la prima, oltr'esser bastevole a tener incorporate le materie già distaccate dall'alveo, e a spingerle più avanti, è uguale alla consistenza del terreno.

A questo stato di equilibrio deve finalmente ridursi la forza escavatrice dell'acqua sì riguardo al fondo, come anche alle sponde dell'alveo. Imperocchè mentre l'alveo mediante l'escavazione, che fa l'acqua corrente, s'approfondisce, il

fondo perde allora parte della sua declività, allontanandosi il fondo EB (fig. 24.), mentre s'abbassa, e prende la posizione DB, dalla verticale AB. Ora, mentre diventa il fondo men declive, da una parte la velocità, e perciò la forza dell' acqua corrente si diminuisce, e dall' altra si fa maggiore la consistenza del terreno, scemandosi in questo caso la *gravità relativa*, che, poichè sollecita le parti, dalle quali è composto il fondo, alla discesa lungo di questo, tende alla loro disunione, ossia si oppone alla coerenza, che le tiene unite, e legate assieme. Ond'è, che, scemandosi la forza dell'acqua corrente, e crescendo la consistenza del terreno, a misura che si approfondisce l'alveo, deve finalmente la prima ridursi ad essere eguale all'altra, ossia ad equilibrio colla resistenza, che l'alveo oppone all'escavazione del fondo. Similmente, poichè allargandosi l'alveo mediante l'escavazione delle sponde, per li maggiori impedimenti, che incontra l'acqua allora nel suo corso, si fa minore la sua velocità, e quindi anche la sua forza, mentre non si scema la consistenza delle sponde, deve eziandio in questo caso la forza escavatrice dell'acqua diventare finalmente eguale alla consistenza delle sponde, ossia mettersi in equilibrio colla resistenza, che oppone l'alveo al suo allargamento. Quando la velocità dell'acqua corrente si deve soltanto alla pressione della superiore, la forza dell'acqua in questo caso si scema anche per quest'altra ra-

gione, vale a dire, perchè, allargandosi l'alveo, si fa minore l'altezza viva.

Egli è chiaro, che la forza escavatrice dell' acqua deve più presto mettersi in equilibrio colla resistenza del fondo, che con quella delle sponde. Imperocchè nel 1.° caso due son le cause, che cospirano alla formazione dell' equilibrio, la diminuzione cioè della forza dell'acqua, e l'accrescimento della consistenza del fondo per lo scemamento della declività; nell'altro poi una solamente si è, vale a dire la sola diminuzione della forza dell'acqua; restando invariata la consistenza delle sponde. Per questa ragione i fiumi, che corrono dentro alvei formati di materia omogenea, e facile ad esser corrosa dall'acqua, hanno la larghezza maggiore della profondità, siccome si osserva tra gli altri nel Pò a Lagoscuro, dove in tempo di piena la larghezza è di 700, e più piedi, mentre l'altezza rare volte arriva ai 35.

Quando la forza dell'acqua corrente si è messa in equilibrio colla resistenza del fondo, e delle sponde, allora il fiume ha il suo alveo *stabile*, e *permanente*, non potendo più esso alterare nè la profondità, nè la di lui larghezza. Ciocchè ec.

588. *Coroll.* Tre cose adunque concorrono alla formazione di un alveo stabile, e permanente: *la qualità* cioè *della materia*, dalla quale sono composte le sponde, e il fondo, non avendo

tutte le materie la ſteſſa conſiſtenza, giacchè ſi sa, che le terre arenose cedono alla forza escavatrice dell'acqua più facilmente, che le cretose, queſte più facilmente, che il saſſo: *la ſituazione del fondo*, poichè quanto più queſto è declive, tanto meno reſiſtono le sue parti alla disunione, e tanto più di forza acquiſta l'acqua corrente per farne l'escavazione: *la forza in fine dell'acqua corrente*. Quindi ne ſiegue, che ciascun fiume ſi fa finalmente quella declività, che conviene alla qualità della materia del suo fondo, alla ſituazione dello ſteſſo, e alla forza della sua acqua.

PROBLEMA II.

Spiegare le mutazioni, che produce nella declività del fondo la forza dell' acqua corrente.

589. Si supponga, che la materia, dalla quale viene compoſto l'alveo, abbia dappertutto la ſteſſa conſiſtenza. Egli è chiaro, che quanto maggiore sarà la forza dell'acqua corrente, tanto minore dovrà eſſere la declività del fondo, dovendo eſſere tanto maggiore l'escavazione, e perciò tanto minore la declività del fondo (587.), quanto maggiore ſi è la forza dell'acqua corrente. Però se la velocità dell' acqua ſi dovrà alla discesa, ſi scemerà sempre più, finchè dura l'ac-

celerazione, la declività del fondo, cosicchè questa sarà maggiore nei luoghi più vicini, e minore nei più lontani dalla sorgente. Ma se la velocità dell'acqua dipenderà dalla pressione, siccome da questa per lo più dipende la velocità dell'acqua in vicinanza del fondo, quanto più grande sarà la profondità del fiume, altrettanto minore sarà la declività del di lui fondo. Per questa ragione quando la quantità dell'acqua di un fiume cresce o per le pioggie, o per le nevi sciolte, o per il concorso di qualche altro fiume, il di lui fondo diventa men declive. Per questa ragione ancora quando due, o più fiumi s'incorporano in un solo, il fondo comune, *caeteris paribus*, ha minor pendenza, che i fondi particolari. Per questa ragione in fine quando il corpo dell'acqua corrente ha la stess'altezza viva, il fondo del fiume ha in tutto quel tratto la stessa declività.

Si supponga ora, che l'acqua corrente abbia la stessa forza. Quanto maggiore sarà la consistenza della materia, dalla quale è composto l'alveo, altrettanto maggiore sarà anche la declività del fondo, dovendo, quanto maggiore si è la consistenza del terreno, tanto minor essere l'escavazione prodotta dalla stessa forza, e perciò tanto maggiore la declività del fondo. Quindi è, che i fiumi, che scorrono per terreni cretosi, hanno i fondi più declivi, che quei, che si movono per terreni arenosi, o limosi. Quindi è anche, che i fiumi, che hanno il fondo in

diversi luoghi diversamente consistente, hanno diversa pendenza, maggiore cioè nei luoghi più consistenti, dove l'escavazione è minore, minore nei meno consistenti, dove l'escavazione è maggiore; dal che ne nascono alle volte i gorghi, e i dossi, che si vedono dentro i letti dei fiumi. Quindi è finalmente, che, quando il fondo del fiume è di materia sì consistente, come il sasso, che non può esser corrosa dall'acqua sensibilmente, se non dopo lungo tempo, la pendenza dimora la stessa, nè si scema, se non col lungo andare degli anni.

Si supponga finalmente, che il fondo di un fiume sia composto di materie distaccate le une dalle altre come di terra, di arena, di ghiaja ec. Egli è chiaro, che, posta la stessa forza dell'acqua corrente, quanto maggiore sarà la gravità specifica di queste materie, e la loro grandezza, altrettanto maggiore sarà la declività del fondo, giacchè, quanto più picciole, e meno specificamente gravi sono le materie suddette, tanto più facilmente la forza dell'acqua corrente le separa dal fondo, e le porta via (529.), e quindi tanto più s'abbassa il fondo, ossia si rende men declive. Per questa ragione i fiumi, che corrono fra le montagne, dove i loro fondi sono di sasso, han maggior pendío, che nelle pianure, dove i fondi sono per lo più di sabbia sola, e in quei luoghi, nei quali il fondo è di sabbia, le declività sono maggiori, che negli altri,

nei quali è di puro limo. Anche la figura stessa delle materie distaccate può presentare maggiore, o minore resistenza all'urto dell'acqua (556.). Perciò, oltre la gravità specifica, e grandezza, anche la lor figura deve produrre qualche variazione nella declività del fondo. Ciocchè ec.

590. *Coroll.* I. Se un fiume avrà da se stesso la forza sufficiente per rodere il fondo, e per portar via le materie distaccate, senzachè abbia bisogno del soccorso della declività, dovrà esso finalmente formarsi un fondo orizzontale, non potendo in questo caso cessare dall'escavazione, finchè dura la declività, benchè minima del suo fondo. Ma tostochè il fiume si avrà fatto il suo fondo orizzontale, non potrà esso più variarne la posizione, acquistando della declività, ancorchè crescesse la forza della sua acqua. In quest' altro caso la maggior forza dell' acqua non può produrre, se non un maggiore abbassamento. Ma questo dev' essere orizzontale.

591. *Scolio*. Può però succedere, che il fiume AEHC (fig. 25.) dopo di essersi fatto il suo fondo EH orizzontale acquisti qualche declività, quantunque abbia la forza sufficiente alla conservazione dell'orizzontalità del suo fondo, se riceve le acque di un influente. Allora, poichè nel tratto inferiore CMND s'accresce l'altezza viva dell'acqua, ossia la velocità dell' acqua, giacchè nei fiumi orizzontali la velocità proviene dalla pressione, deve dalla forza dell'

acqua scavarsi il fondo, acquistando al di sotto del piano orizzontale EH una posizione orizzontale (590.). Si ponga dunque MN questo nuovo fondo. Avendo l'acqua, che corre nell'alveo AEHC la forza sufficiente per rodere il fondo, e seco portar via le materie distaccate, siccome si suppone, dev'essa corrodere il piano verticale HM, per il quale discende, dando al fondo EH la declività GM, nè può cessare dalla corrosione, se non quando, tolta ogni declività, il fondo EH si sarà abbassato in IM, cosicchè IM, MN sieno nello stesso piano orizzontale. Ma, mentre il fondo EH s'abbassa verso IM, la superficie AC del fiume s'abbassa ancora, e quindi le acque CMND ricadendo in parte sulle inferiori AEHC ne scemano le velocità di queste. Perciò, perdendo il fiume, mentre s'abbassa il suo fondo, parte della sua velocità, può succedere, che la forza, che gli resta, non sia più bastevole alla formazione del di lui fondo orizzontale, ossia può succedere, ch'esso abbia un fondo declive, qualunque poi sia questa declività. Si ponga FM la declività occasionata dall'acqua dell'influente. Ognun vede, che questa non può produrre verun'alterazione nella posizione orizzontale del fondo EF in tutto il tratto superiore del fiume. Diffatti poichè la retta FM conviene nel punto F coll'orizzontale EH, l'acqua del fiume nel punto F ha l'altezza viva di prima, essendo FB = HC; e quin-

di la forza sufficiente alla conservazione del suo fondo orizzontale.

592. *Coroll.* II. Poichè scendendo dai primi tronchi di qualche fiume all' ingiù si osservano sparsi, e ammucchiati sul fondo prima i sassi più grossi, e irregolari, poscia i sassi rotondi, e di mano in mano i più piccoli: in seguito la ghiaja grossa, e la breccia minuta: e in fine l' arena, e la pura terra, siccome abbiam già detto (297.), ne siegue, che le declività dei fondi dei fiumi debbon farsi gradatamente minori, a misura che dalle loro sorgenti ci avviciniamo alle foci. Però il fondo di un fiume dal principio della di lui sorgente sino alla fine dev' esser disposto in una curva concava, che a misura, chè si allontana dalla sorgente, vada sempre facendo degli angoli più piccoli coll' orizzonte. Ma poichè i fiumi hanno quasi nissuna pendenza, dove il loro letto non contiene, che semplice terra, si può supporre, che ivi si movano sulla superficie del nostro globo; e quindi si può considerare il loro fondo come una curva concava nelle parti superiori, e convessa nelle inferiori del loro corso.

PROBLEMA III.

Spiegare le mutazioni, che produce nella declività del suo fondo un fiume, mentre depone le materie estranee, che seco porta.

593.

593. Le materie ſtraniere, che inſieme coll' acqua portano i fiumi, sono di tre sorte. Le une vengono dalla corrente ſtrascinate, quaſi sempre radendo il fondo senza punto incorporarſi coll' acqua, come i ſaſſi, le ghiaje, e le arene groſſe: le altre s' incorporan coll' acqua, e la rendon torbida, come la terra, l' arena sottile ec.: le ultime finalmente vi galleggiano. Le materie di queſt' ultima claſſe sono specificamente più leggiere dell' acqua; le altre due hanno o maggiore, o la ſteſſa gravità specifica dell' acqua, Le specificamente più gravi ſi soſtengono nell' acqua col mezzo dell' agitazione, e viscoſità di queſta. Se ſi scema gradatamente l' agitazione dell' acqua, debbon prima discendere al fondo i ſaſſi groſſi: poscia di mano in mano i più piccoli: in seguito la ghiaja groſſa, e la breccia minuta: in fine l'arena, e la pura terra, ſiccome appunto ſi oſſerva, discendendo per gli alvei dei fiumi, giacchè ſi ricerca per soſtenere i primi maggiore, e gli altri di mano in mano minore agitazione dell' acqua. Quelle poi, che sono o della ſteſſa, oppure di minore gravità specifica, non poſſono eſſer depoſte al fondo, dovendo eſſe o reſtare perpetuamente incorporate coll' acqua, se sono della ſteſſa gravità specifica, o galleggiare, se sono di minore, ancorchè ceſſaſſe affatto l'agitazione dell' acqua, ſiccome richiedono le leggi dell' Idroſtatica. Però non poſſono le

materie di queste due specie apportare veruna mutazione alla pendenza dell'alveo; ma soltanto quelle della prima specie. Ora egli è chiaro, che, dove il fiume depone materie grosse, ivi deve il fondo acquistare maggiore declività, minore, dove depone materie men grosse, minima finalmente, dove depone materie sottili, essendo l'altezza, che acquista il fondo mediante una sì fatta deposizione, maggiore nel 1.°, minore nel 2.°, e minima nel 3.° caso. Ciocchè ec.

594. *Coroll.* I. Poichè le materie, che depongono i fiumi, vanno gradatamente scemandosi di quantità, e di mole, a misura che dalle loro sorgenti ci accostiamo alle foci, siccome c'insegnano le osservazioni fisiche, di nuovo s'intende, che le declività dei loro letti debbon gradatamente scemarsi, andando dalle loro sorgenti verso le foci.

595. *Coroll.* II. Essendo la velocità dell'acqua di un fiume diversa in diversi luoghi del di lui alveo, siccome c'insegna l'esperienza, ne siegue, che una parte della di lui acqua può esser così veloce, che sia sufficiente al sostentamento delle materie grosse, e pesanti, mentre l'altra non basta a sostenere le sottili, e leggiere. Quindi è, che, dove i fiumi sono più veloci, cioè nel lor filone, ivi si fa quasi nissuna, e dove son men veloci, vale a dire nelle parti, che da quello si scostano, ivi si fa molta deposizione di materia straniera. Per questa ra-

gione i fiumi rettilinei, in cui il filone dell'acqua trovasi egualmente distante dalle sponde, hanno la maggiore profondità nel mezzo, e la minima nelle sponde a differenza dei curvilinei, nei quali il filone trovasi vicino alla parte concava della sponda.

596. *Coroll.* III. Dalle materie estranie, che depongono i fiumi, allorchè il moto delle loro acque si scema per le resistenze, che incontrano, si ripete la ragione, perchè i fondi dei fiumi sono più alti verso alle foci: perchè i fiumi, che portano le torbide nelle lagune, o paludi, le interriscono: perchè gli alvei dei fiumi, dov' essi sono più larghi del giusto, s'interriscono alle sponde, ristringendosi a quella capacità, che richiede la quantità dell'acqua corrente; il che anche si osserva nelle paludi, dove i fiumi, che vi sboccano, si forman l'alveo dentro gli stessi interrimenti: perchè ec.

PROBLEMA IV.

Spiegare le mutazioni, che producono nelle declività del fondo di un fiume i torrenti, mentre vi portano le loro torbide.

597. Si supponga, che un fiume (fig. 26.) il suo fondo abbia stabile in BE: ch' esso riceva le torbide di un torrente, e non abbia la forza

necessaria a sostenere le materie straniere, che questo gli porta: che finalmente queste materie, che debbono essere deposte al fondo (593.), riempiano il triangolo BEA, e che sieno della stessa consistenza della materia, della quale il fondo del fiume è composto. Egli è chiaro, che tostochè cesserà il torrente di portare al fiume le sue torbide, dovrà questo scavare il suo fondo, nè potrà mai cessare dall' escavazione, se non quando sarà ridotto il fondo alla pendenza BE di prima. Infatti tostochè cessa il torrente dal portare le sue torbide al fiume, l' acqua di questo, la quale prima discendeva per il fondo BE, ora discende per il fondo più declive AE. Quindi, poichè la forza dell'acqua discendente per il fondo AE è maggiore della forza della stess' acqua, che prima dell'influenza del torrente discendeva per il fondo BE men declive, essa deve essere anche maggiore della consistenza della materia del fondo BE, essendo questa, siccome si suppone, equilibrata colla forza dell' acqua discendente per il fondo BE, ossia deve essere anche maggiore della consistenza della materia del fondo AE, avendo sì il fondo BE, come il fondo AE la stessa consistenza, siccome parimente si suppone. Deve adunque la forza dell' acqua corrente per il fondo AE corrodere il triangolo BEA, nè può cessare dalla corrosione, se non quando il fondo AE ha acquistata la posizione BE, diventando essa in questo caso equilibrata colla consistenza della di lui materia.

Sì ponga ora, che un fiume, che ha il suo fondo ſtabile in AE, riceva le torbide di un torrente, e abbia la forza neceſſaria a soſtenere le materie ſtraniere, che queſto gli porta. Se la velocità delle sue acque dipenderà dall'altezza viva, ſiccome da queſta dipende per lo più la velocità dell'acqua verso il fondo, poichè eſſo, medianti le acque torbide, che riceve dal torrente, acquiſta maggiore altezza viva, deve la forza delle sue acque diventar maggiore. Però, eſſendo la forza delle acque del fiume equilibrata colla reſiſtenza della materia del fondo AE avanti l'influenza del torrente, non può più dopo eſſer con la ſteſſa equilibrata; ma, poichè è maggiore, deve rodere il fondo AE, finchè ſi metta in equilibrio con la conſiſtenza del fondo. In queſto caso adunque il fondo dell'alveo diventar deve men declive.

Si supponga finalmente, che la materia, della quale è compoſto il fondo AE di un fiume, reſiſta molto all'escavazione: che il fiume abbia tanta forza di scavarlo ſino in CE, coſicchè CE ſia il di lui fondo ſtabile: che finalmente, avantichè l'escavazione ſia compita, ovvero avantichè arrivi in CE, vi ſia di tratto in tratto portata da un torrente della nuova materia della ſteſſa conſiſtenza. Egli è chiaro, che il fiume dovrà sempre rodere il fondo, nè potrà mai acquiſtare la sua ſtabile pendenza CE. Infatti poichè il fiume ha tanta forza, ſiccome ſi suppone,

di scavare il suo fondo AE fino in CE, deve raderlo, e portar via la materia distaccata. Ma, poichè la materia, della quale è composto il fondo, resiste molto all'escavazione, siccome parimente si suppone, non può rodere, e portar via la materia del triangolo AEC, se non dopo un certo tempo finito. Si ponga dunque, che dentro di questo tempo, ossia per esempio dopo la corrosione del triangolo AEB, un torrente porti nel fiume della materia della stessa consistenza, la quale rimetta il fondo per esempio nella posizione AE. Essendo la forza del fiume capace di scavare il fondo sino in CE, e la materia introdotta della stessa consistenza del fondo, la forza dell'acqua corrente dovrà scavarlo di nuovo, e portar via la materia introdotta dal torrente. Portata via che sarà tutta questa materia, ossia ridotta che sarà la pendenza del fondo alla posizione BE, dovrà la forza dell'acqua corrente continuare l'escavazione. Ma poichè, avantichè l'escavazione giunga in CE, il torrente, siccome si suppone, torna a portare nuova materia sempre della stessa consistenza, ossia torna ad innalzare il fondo, la forza dell'acqua corrente deve tornare a rodere, e portar via la materia introdotta, senzachè possa mai arrivare ad abbassare il fondo in CE; il che ha luogo anche negli altri tempi successivi. Nella ipotesi, che BE sia il massimo abbassamento, che può produrre nella pendenza del fondo l'escavazione, durante il massimo in-

tervallo di tempo tra l'una, e l'altra introduzione della materia ſtraniera, e che AE ſia la maſſima altezza, a cui può portare la pendenza del fondo la ſteſſa materia, il fondo del fiume anderà librandoſi tra le due pendenze BE, AE. Ciocchè ec.

598. *Coroll.* I. Poichè l'introduzione delle materie groſſe ſi fa dai torrenti in tempo di piena, quanto maggior sarà l'intervallo di tempo, che paſſa tra l'una, e l'altra piena del torrente, tanto men declive sarà il fondo del fiume.

599. *Coroll.* II. Poichè le piene dei torrenti portano ai fiumi maggior quantità di materia, quanto più groſſe, e di maggior durata eſſe sono, deve il fondo del fiume, che le riceve, eſſer tanto men declive, quanto più piccole, e di minor durata sono le ſteſſe.

600. *Coroll.* III. Ma poichè un fiume ha anche maggior forza di scavare il fondo, oſſia ha anche minor declività di fondo, quanto maggior ſi è l'escrescenza delle sue acque, ovvero quanto più gonfie sono, e più lunghe le piene dei torrenti, ognun vede, che non ſi può determinare, se la declività del fondo ſia ſtata scemata, o accresciuta per le piene dei torrenti, se non ſi sa avanti, qual delle cause ſia la più forte.

PROBLEMA V.

Spiegare le mutazioni, che producono le cateratte nella declività del fondo.

601. Le cateratte sono ostacoli o naturali, o artifiziali, che attraversano da una sponda all'altra l'alveo di un fiume, e quindi obbligano l'acqua di questo a precipitare dalle loro sommità. Esse si chiamano anche *chiuse*, *traverse*, *e pescaie*. Si oppongono al corso di un fiume, quando si vuole conservare elevato il fondo dell'alveo superiore, ossia quando si vuole impedire l'escavazione, che senza di esse sarebbe la forza dell'acqua corrente. Alcune volte si adoperano anche o per dare all'acqua tanto di caduta, quanto se ne ricerca per movere le ruote di un mulino, o per derivare un canale d'irrigazione. Quando le cateratte sono stabili, allora esse interrompono la navigazione, ma se sono amovibili, servono alla facilitazione della stessa, siccome si osserva nei sostegni, che non sono che mobili cateratte.

Si ponga DC (fig. 27.) il fondo stabile di un fiume, che si move in vigore della sua caduta da D in C. Essendo stabile il fondo DC, l'acqua, che lungo di questo discende, deve avere la forza precisamente sufficiente al sostentamento delle materie terree, che seco por-

ta. Si opponga ora al corso dell' acqua la cateratta BC, e dalla sua sommità B si tiri l' orizzontale BE, che incontri il fondo inclinato nel punto *b*, e la parallela BA allo stesso fondo DC. Ben si vede, che la velocità dell' acqua corrente in tutto il tratto, che giace al di sotto dell' orizzontale B*b*, viene ritardata dall' apposizione della cateratta BC (344.). Quindi, poichè si scema l' agitazione di quest' acqua, deve farsi la deposizione delle materie terree, ch' essa contiene, nel triangolo *b*CB, e riempierlo a poco a poco. Si concepisca riempiuto di materia tutto questo triangolo, ossia si concepisca il fondo *b*C ridotto alla posizione orizzontale *b*B. Quantunque la velocità dell' acqua nel tratto superiore all' orizzontale B*b* non sia impedita (344.), essa però si scema nel passaggio dal piano declive D*b* al piano orizzontale *b*B. Perciò, essendo la forza dell' acqua appena sufficiente al sostentamento delle materie terree, debbonsi queste deporre in quel passaggio, e quindi innalzarsi di nuovo il fondo per esempio fino in *d*B. Nello stesso modo si dimostra, che l' acqua nel suo passaggio dal piano più declive D*d* nel piano men declive *d*B deve far della deposizione, e innalzare di nuovo il suo fondo *d*B, e così di seguito, finchè il nuovo fondo superiore del fiume arrivi fino alla sommità della cateratta BC, ossia acquisti la posizione AB parallela al vecchio fondo DC. In questo solo caso può il fiume te-

nere incorporate colle sue acque le materie ſtraniere, che seco porta, avendo il suo nuovo fondo la ſteſſa declività, che il vecchio.

Queſta sarebbe la mutazione, che produrrebbe nel fondo del fiume la cateratta, se l'acqua, che precipita dalla sommità di quella, non acceleraſſe, ſiccome abbiamo già avvertito (345.), il moto dell'altra, che le viene appreſſo. Si supponga, che queſt' accelerazione ſi ſtenda per il tratto aB, e ſi prenda nel fondo vecchio la parte $bC = aB$. Se l'acqua, che scende per il piano aB, non foſſe resa celere dalla poſizione della cateratta, nè l'acqua, che scende per l'altro piano bC ritardata dalla poſizione della ſteſſa, eſſendo i due piani aB, bC egualmente declivi, la forza dell'acqua corrente sarebbe in ambedue eguale. Quindi è, ch' eſſendo la forza dell'acqua corrente per il piano bC eguale alla reſiſtenza di queſto ſteſſo piano all'escavazione, ſiccome ſi suppone, anche la forza dell'acqua corrente per il piano aB sarebb' eguale alla reſiſtenza di queſto ſteſſo piano all'escavazione, giacchè ambedue i piani, ſiccome parimente ſi suppone, hanno la ſteſſa conſiſtenza della materia. Ma, poichè la poſizione della cateratta accelera il moto dell'acqua per il tratto aB, la forza di queſta diventa maggiore della reſiſtenza, che oppone il fondo aB all'escavazione. Però la forza dell'acqua corrente deve scavare il fondo aB, finchè reſti equilibrata colla di lui reſi-

ſtenza. Si supponga, che succeda queſt' equilibrio, allorchè il fondo aB ſi è abbaſſato in eB. Eſſendo il piano ge più declive del piano Ag, la forza dell'acqua, che diſcende per ge, deve eſſer maggiore della forza dell' acqua, che diſcende per Ag, e la reſiſtenza, che oppone il piano ge all' eſcavazione, deve eſſer minore della reſiſtenza, che oppone all' eſcavazione il piano Ag. Perciò anche la forza dell' acqua diſcendente deve ſcavare il piano ge. Si ponga, che queſto piano acquiſti la poſizione men declive fe. Nello ſteſſo modo ſi dimoſtra, che anche il piano fe deve eſſere ſcavato dalla forza dell' acqua corrente, e così di ſeguito. Quando adunque il fiume ceſſerà dall' eſcavazione del ſuo fondo? Quando cioè tutto il fondo avrà acquiſtata la poſizione inferiore MB alla retta AB tirata dalla ſommità A della cateratta BC parallelamente al fondo vecchio DC, non potendo ſe non in queſto caſo eſſer la forza dell' acqua corrente in equilibrio colla reſiſtenza del fondo. Ciocchè ec.

602. *Scolio*. Il punto a, dove principia l' accelerazione, che produce nel moto dell' acqua la poſizione della cateratta, non è molto da queſta diſtante, ſecondo il Sig. Euſtachio Manfredi, avendo queſti oſſervato, che i galleggianti non accelerano il loro moto, ſe non in poca diſtanza dalla ſommità della cateratta; il che è anche conforme alle oſſervazioni del Sig.

D. Paolo Frisi, secondo il quale i galleggianti non incominciano nei canali, che servono per uso dei mulini ad accelerarsi, se non 8. e 10. piedi innanzi alle chiuse. Ma quantunque quell' aumento di velocità non si renda nei corpi galleggianti sensibile al nostr' occhio, se non in poca distanza dalla cateratta, si deve però credere, ch' esso si stenda molto all' insù, non essendo i galleggianti mai così obbedienti al moto, come l' acqua. Nel resto nei canali di molt' acqua l' accelerazione dell' acqua, che si porta alla cateratta, principia ad una distanza molto grande da questa, avendo osservato il Sig. Barattieri, uomo peritissimo nel maneggio delle acque, che la superficie del fiume Sitterio s' abbassa notabilmente un mezzo miglio innanzi alla sua chiusa, siccome si può vedere nella di lui Opera c. 10. l. 6. Ora dove la declività della superficie dell' acqua, che si porta alla cateratta, principia, ivi anche principia l' accelerazione della stessa (345.).

603. *Coroll.* I. Si supponga, che il nuovo fondo *MeB*, che il fiume si è fatto mediante la posizione della cateratta, sia diventato stabile. Egli è chiaro, che la parte *Me* del fondo, che giace oltre il punto *e*, deve esser, quantunque inferiore, parallela alla retta *AB*, ossia al vecchio fondo *DC*, essendo egli chiaro, che se la parte *Me* del nuovo fondo non fosse parallela, ossia fosse più, o men declive del fondo

vecchio, l'acqua per la maggiore, o minore velocità, che acquisterebbe nella sua caduta per M*e*, dovrebbe o scavare questa parte, oppure deporre le materie straniere, che seco porta. L'altra parte *e*B del fondo nuovo non può esser come la prima, parallela al fondo vecchio DC, ossia non può essere nella stessa direzione di M*e*. Imperocchè se fosse, ossia se avesse la stessa declività di M*e*, l'acqua corrente la scaverebbe, avendo essa oltre la velocità proveniente dalla discesa anche quella, che le comunica l'acqua, che precipita dalla sommità della cateratta. Ond'è, che il nuovo fondo stabile, che si fa un fiume mediante la posizione di una cateratta, dev'esser parallelo al fondo vecchio in modo, che la parallela venga tirata all'insù non dalla sommità della chiusa, da dove precipita l'acqua, ma da quel punto superiore *e* del fondo, dove incomincia ad esser sensibile l'accelerazione dell'acqua.

604. *Coroll.* II. Se l'acqua dal punto *a*, dove principia l'accelerazione, si portasse alla sommità B della cateratta sempre con maggiore velocità, la parte *e*B del nuovo fondo dovrebbe essere una curva concava, che a misura che si allontana dal punto *e*, va sempre facendo angoli più piccoli coll'orizzontale, dovendo essa, a misura che si accosta alla sommità B della cateratta, aver minore declività. Ma, poichè l'acqua, mentre si porta alla cateratta, forma in quel luogo, dove la sua velocità è maggiore,

una cavità, dalla cima della quale essa scende velocemente, e in virtù della velocità acquistata supera l'opposta salita, e salta via la cateratta, siccome c' insegnano le osservazioni di più Idraulici, ognun vede, che la parte del fondo aB dev' esser una curva declive continuamente dal punto e sino al fondo della cavità, dove cessa l'accelerazione, ed erta da quello sino alla sommità della cateratta. La salita del fondo prossimo alla cateratta è stata anche confermata dalle Osservazioni dei Sigg. Bacciali, e Zendrini.

605. *Scolio*. L'acqua precipitando dalla sommità della cateratta vi forma al piede dei vortici, e se la materia, della quale è composto il fondo, non è ben consistente, si scava anche dei gorghi, che mettono molte volte a pericolo la stessa cateratta. Si rimedia a questo male, impedendo, che l'acqua faccia tutta la sua caduta a piombo; il che si ottiene o col dare alla cateratta una scarpa assai larga al di fuori, oppure col dispor questa a gradini in modo, che la caduta resti come divisa in altre piccole cadute. La velocità, che acquista l'acqua nella sua discesa dalla sommità della cateratta, resta ben presto, siccome c' insegna l'esperienza, distrutta per la contrarietà dei suoi moti vorticosi, e per le ripercosse del fondo, e delle sponde. Dopo di che il fiume si move con quella velocità, che conviene o all'altezza viva della sua acqua, o all'inclinazione successiva del suo fondo, e pro-

duce nella ſituazione di queſto quegli effetti, che sono comuni agli altri fiumi.

606. *Coroll.* III. Poichè il nuovo fondo, che ſi fa il fiume mediante la cateratta BC, ſi è M*e*B, ſi vede, che la cateratta BC impedisce il trabocco delle materie più pesanti nel tronco inferiore del fiume, dovendo queſte materie, che senza la cateratta vi ricaderebbero, reſtare nello spazio inferiore M*e*BCDM, e riempierlo. Ma riempito che ſia tutto queſto spazio, deve il fiume seguitare a spingere sul fondo M*e*B oltre la cateratta BC le materie ſteſſe di prima. Quindi s'ingannano quegl'Idraulici, che credono, che ſi poſſano, interrompendo il letto di un fiume con varie cateratte, trattenere tra i seni delle montagne i saſſi, e le ghiaje, e così prevenire i pericoli degli argini delle pianure, non eſſendo rispetto a queſt'uso, che temporario il vantaggio delle cateratte, ſiccome c'insegna anche il Guglielmini al C. XII.

PROBLEMA VI.

Determinare la forma, che deve prendere un alveo (fig. 28.) *retto* CFDB *scavato in un terreno di uniforme conſiſtenza, allorchè vi s'introduce un dato corpo di acqua, nell'ipoteſi, che il fondo* FD, *e le sponde* CF, BD *dell'alveo perpendicolari all'orizzonte abbiano la forza precisamente sufficiente per reſiſtere all'azione dell'acqua introdotta.*

607. SE l'acqua, che s'introduce in quell' alveo artifiziale, seco non porta materie straniere, ossia s'è pura, non può succedere alla di lui figura veruna mutazione, non potendo il di lui fondo nè essere scavato dalla forza dell'acqua introdotta, nè innalzato dalla deposizione di questa, nè potendo esser corrose le sponde CF, BD, per aver queste la necessaria consistenza, affine di resistere alla forza dell'acqua secondo le ipotesi stabilite. Ma se l'acqua introdotta è impura, l'alveo deve perdere la sua figura. Poichè l'acqua nel punto E di mezzo ha maggior velocità, che in vicinanza delle sponde come ne' punti H, M, essendo in questi la velocità ritardata non solamente dalla resistenza del fondo, ma eziandio da quella delle stesse sponde, si vede, che nell' ipotesi, che l'acqua abbia precisamente nel punto E la forza sufficiente al sostentamento della materia estranea, non può essa averla nei punti H, M. Però l'acqua deve fare della deposizione in questi punti, e molto più in quei, che sono più vicini alle sponde, dove la sua velocità è molto più ritardata.

Ora, facendosi mediante questa deposizione minore la sezione CFDB, deve l'acqua innalzarsi, diventando l'altezza dell'acqua nella sezione maggiore. Quindi, poichè la velocità dell' acqua è diventata in E maggiore, non può più la forza di questa restare in equilibrio colla re-

sistenza

fistenza, che oppone il fondo all' escavazione; ma deve scavare il fondo in E, e abbassarlo per esempio fino in N. Per la stessa ragione deve la forza dell'acqua corrente corrodere anche le sponde CF, BD. Però, dirupando queste, deve la sezione allargarsi da C in G, e da B in S, formando le sue nuove sponde GH, SM talmente declivi, che le loro resistenze alla corrosione sieno in equilibrio coll'accresciuta forza dell'acqua corrente.

In questo caso adunque l'alveo perde la sua figura rettangolare, e acquista la figura GHNMS, dove il fondo s' abbassa nel mezzo, e s' innalza verso i lati, e dove l' alveo s' allarga nelle sue parti superiori. La figura del fondo, e della sponda nella parte GNA dev'essere eguale a quella del fondo, e della sponda nell' altra parte SNA. Il fondo dev'esser composto o di due piani inclinati verso il mezzo, oppure di una superficie concava, il vertice della quale sia nel mezzo dell' alveo. La direzione dell'alveo dev'esser rettilinea, e parallele debbono esser le sponde in tutto il corso del fiume, purchè altre cause accidentali non apportino alterazione. Finalmente il maggior corso, ossia il filone del fiume deve ritrovarsi nel mezzo, in cui si trova la maggiore profondità. Ciocchè ec.

608. *Scolio*. „ Il parallelismo delle direzioni, e la forma rettilinea dell' alveo non può aver luogo naturalmente che nella supposizione della omogeneità di tutte le parti del fondo. Considerando gli alvei dei fiumi, come realmente

sono, intrecciati di sassi, di ghiaje, di creta, e di altre materie diversamente tenaci, si avrà la ragione, per cui il filone si accosta ora all' una, ora all'altra ripa, e i fiumi nella loro lunghezza ci presentano una serie di archi concavi, e convessi. Mentre supposto, che da una parte sia il terreno più facile ad esser corroso, o che l' acqua vi venga spinta con maggior forza dai luoghi superiori, la corrosione dovrà internarsi maggiormente nella ripa. In questo caso i primi a sbalzare saranno tutti i risalti, e gli angoli rettilinei della parte corrosa, dove l' urto sarà più diretto, e più violento. Però tutta la corrosione acquisterà presto la forma d' una concavità continuata, e il filone piegandosi da quella parte verrà poi ribattuto alla parte opposta: e così replicandosi sempre lo stesso giuoco, seguita una corrosione sulla diritta del fiume, ne succederà un' altra inferiormente sulla sinistra, e più sotto un' altra sulla diritta, e tutto il fiume si disporrà in una serie di archi alternativamente concavi, e convessi..... Ma poichè la forza dell' acqua si va sempre scemando in proporzione, che si fa più acuto l' angolo del filone colla ripa corrosa, con allargarsi sempre di più le cavità di ciascuna corrosione, e con farsi maggiore l' obbliquità del filone battuto, e ribattuto, finalmente arriveranno a conguagliarsi le spinte, e le resistenze, e ancora la corrosione avrà un limite. Questo è il motivo, per cui i fiumi, dove corrono incassati fra terra, non si serrano da vicino cogli argini,

ma vi si lascia di mezzo uno spazio, che da noi chiamasi *golena*, acciò in qualunque caso di qualche nuova corrosione vi possano serpeggiare le acque, e in qualche parte cambiarsi anche il letto senza mettere in pericolo gli argini. Anzi su di ciò è fondata la pratica di molti, che nelle maggiori corrosioni del Pò, e di altri fiumi abbandonano il terreno, e si ritirano indietro cogli argini, ed aspettano il limite degli effetti senza impegnarsi ad ostare direttamente alle cause delle corrosioni medesime. Si potrebbe calcolar questo limite, se fossero noti precisamente tutti gli elementi della forza dell'acqua, e della resistenza del terreno. Ciò che in questa materia può dirsi generalmente, si è: I. Che data la direzione, e il corpo di acqua, tra le ripe cretose i serpeggiamenti dei fiumi saranno minori, che tra le arenose: II. Che dato il corpo d'acqua, e le resistenze, saranno maggiori le corrosioni, quanto più direttamente il filone anderà ad investire le ripe: III. Che in parità delle altre circostanze il vertice di ciascuna corrosione sarà portato più lontano, e tutte le tortuosità prenderanno un giro più largo nei fiumi maggiori, che nei minori. Una semplice occhiata, che gettisi sulle mappe geografiche, basta per comprendere il fatto, di cui ora si è data la ragione, e ancora per vedere generalmente, che la rettitudine degli alvei, e il parallelismo delle ripe può essere in qualche luogo un'opera d'arte, ma che non è mai lungamente l'opera della natura". Frisi al c. III. l. VI. della stess'Opera.

LIBRO VI.

DELLE MACCHINE IDRAULICHE DESTINATE ALL' INNALZAMENTO DELLE ACQUE.

CAPO I.

Delle Macchine Idrauliche destinate all' innalzamento delle acque in generale.

609. Le acque dai luoghi bassi della terra, dov'esse sono state dalla natura riposte, alle desiderate altezze si trasportano col mezzo di certi strumenti, che, perchè porgono ajuto alle forze di chi le innalza, chiamansi *macchine idrauliche*. Si dà a queste il nome d'*idrauliche*, per distinguerle dalle macchine della Statica destinate all' innalzamento dei corpi solidi. Tali sono le trombe, la macchina a fuoco, la chiocciola di Archimede, le secchie o incatenate a modo di rosario, o adattate sulle ruote, l'Idrobalo, che il Sig. Cavaliere Agostino Litta nostro Cittadino Milanese, già da più anni con grave pregiudizio dell'Idro-

dinamica morto, inventò, e che meritò di essere con doppio premio coronato dall'Accademia delle Scienze, e belle Lettere di Mantova, e la Macchina in fine *a corda*, ossia *funiculare* inventata a Parigi verso il fine dell'anno 1780. dal Cittadino Vera, che dall'ovvia osservazione, che la parte bagnata dalla corda, allorchè questa senza il secchio si cava dal pozzo, seco trae dell'acqua in copia, seppe ricavar il modo di portar l'acqua ad un'altezza di considerazione. Anche le macchine, che vengon mosse dall'acqua corrente, si nominano *idrauliche*, sebbene non sieno esse destinate all'innalzamento dell'acqua, come i mulini ad acqua. Ond'è, che se una macchina, che serve a sollevar l'acqua, viene messa in moto dall'urto di una corrente, siccome più volte si pratica, allora essa è doppiamente idraulica.

610. Mi pare, che le macchine più ingegnose sieno la tromba aspirante, la chiocciola di Archimede, e la macchina a fuoco. L'invenzione della 1.ª si ascrive a Ctesibio, della 2.ª ad Archimede, che la inventò, mentre stava in Egitto, per irrigare colle acque del Nilo le campagne dell'isola di Delta, e della 3.ª, che è la più composta di tutte, e insieme la più maravigliosa, a Papin principalmente. Il difetto della tromba aspirante, della quale abbiam già trattato a sufficienza, si è, ch'essa non innalza l'acqua, se non ad una piccola altezza, vale a dire a $32\frac{2}{3}$ piedi parig., posta l'altezza del

mercurio nel barometro di 28. pollici. Anzi in pratica l'aequa non s'innalza mai a quell'altezza, ſiccome abbiamo già avvertito nell' Idroſtatica.

611. La chiocciola di Archimede è un cilindro di legno, che gira su due pernì col mezzo di un manubrio, e intorno al quale a guisa di spira vi è avvolto un tubo di piombo aperto soltanto nelle sue due eſtremità. Il cilindro s'inclina sulla superficie dell' acqua ad un angolo di 45. gradi in circa; il che ſi fa per mezzo di un quadrante. L'eſtremità inferiore del tubo s'immerge nell'acqua, e allora ſi fa girare intorno a se ſteſſo il cilindro. L'acqua, che vi entra, paſſando da spira in spira, ſi scarica per l'altra eſtremità nel ricettacolo. La quantità dell' acqua, che in pochiſſimo tempo solleva da terra queſta macchina, è sorprendente. Le chiocciole fabbricate a Leida nel 1756., e meſſe in moto per via di un mulino a vento diedero in un minuto 273. piedi cubici di acqua. Ora queſta quantità otto e più volte eccede quella, che somminiſtrano le trombe ordinarie, non eſſendo la quantità d'acqua, che una di queſte somminiſtra in un minuto, se non di $31\frac{1}{7}$ piedi cubici, ſiccome ſi vedrà a suo luogo. Ond'è, che la chiocciola di Archimede è di grandiſſimo uso per vuotar prontamente di acqua le barche, per asciugare ſtagni, e per irrigar campagne. Peccato, che queſta macchina non sollevi l'acqua, se non a piccole altezze! Eſſendo eſſa neceſſariamente in-

clinata alla superficie dell'acqua, non può portar questa a grandi altezze, se non diventando troppo lunga, e quindi troppo pesante, il che richiede in questo caso una forza molto grande per metterla in moto, oltre il pericolo, che la stessa corre di piegarsi, e di perdere il suo equilibrio. Alcuni han cercato di rimediare a questo difetto col duplicare, o triplicare la macchina; ma ciò non torna sempre a conto. Il primo, che sottomise al calcolo la chiocciola di Archimede, è stato il Sig. Daniele Bernoulli nella sua *Idrodinamica*. Il Sig. Eulero nel tom. V. dei nuovi Atti di Pietroburgo ha trattato lo stesso argomento con tutta la generalità, considerando nel calcolo anche le forze, e le resistenze, che nascono dal moto di rotazione.

612. La Macchina a fuoco così si chiama, perchè la potenza, che la mette in moto, consiste nella forza del vapore dell'acqua bollente a differenza delle altre macchine, nelle quali la potenza consiste nella forza degli uomini, delle bestie, delle acque correnti ec. Si fa uso di essa principalmente in Inghilterra, e Francia, allorchè si tratta di cavare da luoghi profondissimi un gran corpo di acqua, oppure di sollevarlo ad altezze smisurate di 600., e più piedi, affine di asciugare miniere, e paludi, d'irrigar campagne, e di somministrare acqua ai bisogni dei paesi sprovvisti, e dei canali anche di navigazione. In Italia havvi ora la sola Macchina, che il Re di Napoli

ha fatto venire dall' Inghilterra per irrigare colle acque del Volturno in tempo di ſtate le sue praterie, e i suoi campi di Carditello. Eſſa porta all' altezza di 25 piedi in un minuto 500 piedi cubici di acqua, ſiccome riferisce il Ch. Sig. Giuseppe Poli nella sua Fiſica. Non debbo però qui ommettere, che non può queſta Macchina aver felice incontro, se s' introduce nel centro di una città per somminiſtrar l' acqua ai di lei differenti quartieri. Eſſa è sottopoſta a' due non piccioli incomodi, consuma cioè aſſai materia combuſtibile, e sparge all' intorno il fumo. Ond' è, che gl' Ingleſi dopo di averla per quel fine introdotta in Londra sono ſtati coſtretti ad abbandonarla. Il di lei gran vantaggio conſiſte, quando ſi tratta di cavar l' acqua dalle cave di carbone, dove quaſi niente coſta il mantenimento del fuoco, e dove il fumo ſi dilegua facilmente per essere il luogo scoperto.

613. Fra le macchine idrauliche quelle, che meritano maggiormente la conſiderazione dei Fiſici, sono, secondochè mi pare, *le secchie*, e *le trombe*, se ſi riguarda l' uso preſſochè continuo, che di eſſe ſi fa nell' umana società, e l' *Idrobalo* del Cavalier Litta, se ſi riguarda l' uso, che di eſſo ſi può fare utilmente in più caſi. La secchia, ch' è una macchina sì famigliare, e ch' è tanto antica, quant' è il Mondo, ammette dei ripieghi, quando il pozzo, da cui s' attinge l' acqua, è aſſai profondo. Il miglior ripiego,

che si possa adoperare in questo caso, principalmente quando non si può far uso di altra macchina, consiste nell'attaccar due secchie ai due capi di una medesima corda, che abbraccia un tamburo, che si fa girare intorno di se stesso, in maniera che una discenda, mentre l'altra vien su dal pozzo. Per adattare queste secchie al diametro del pozzo si fanno esse piuttosto lunghe, che larghe, e si riempiono pel fondo, avendo a tal effetto una, o più valvole, che lasciano entrar l'acqua, e non le permettono di ricadere.

614. Il Sig. Cav. Agostino Litta nella sua eccellente *Memoria diretta all' Ab. Bossut* vorrebbe giustamente, che nei villaggi, dove non trovasi che un sol pozzo comune, si togliesse affatto l'uso delle secchie, sostituendovi in vece un'altra macchina più comoda, e che somministri l'acqua in maggior copia. „ Lo scarsissimo prodotto di acqua, dic'egli, che si ottiene col mezzo delle secchie: il notabile tempo, che si perde nell'attendere che sia provveduto chi è giunto il primo: l'incomodo, e la spesa di doversi ciascuno provvedere e di corda, e di secchie sono piccoli inconvenienti rispetto a quelli, che interessano la sanità, e la vita de'più utili nostri Individui..... Ma quel ch'è più, si toglierebbe, mercè di essa, il funesto disordine di vedere la più parte de' contadini o sgomentati dall'arduità del travaglio nel sollevare le acque del pozzo, o vinti dalla

noja di aspettare, che sia dato luogo di poterla cavare, vederli, dico, portarsi ad attingere l'acqua tanto per abbeverare le bestie, che la famiglia stessa da fangose cisterne, e putride fosse con quel pregiudizio della salute, ch'è conseguente effetto di una malsana bevanda ". Qual sia la macchina da sostituirsi alle secchie in questo caso, si dirà a suo luogo (620.).

615. Le secchie alcune volte s'incatenano fra loro a guisa di un rosario, e alcune volte si adattano sulle ruote. In ambedue i casi la dispersione, ch'esse patiscono, dell'acqua è grande principalmente nel secondo, in cui essa arriva ad un quarto. Sono ciò non ostante di grand'uso, quando si ha gran copia d'acqua, e soprattutto quando questa è assai torbida, restando allora esenti da quegli incomodi, che sogliono apportare alle altre macchine le materie straniere dell'acqua torbida. Ben si vede, che l'altezza, a cui esse sollevan l'acqua, non può esser molto grande, spezialmente se le secchie sono aggiustate su una ruota. In questo caso, poichè l'acqua non s'alza, se non all'altezza del diametro di quella, non può la macchina adoperarsi comodamente, se non a picciola altezza, essendo una ruota, che abbia più di 16. piedi di diametro, molto incomoda a voltarsi. La secchia, se vien fatta a guisa di una pala scavata assai nel mezzo in forma di un gran cucchiajo, può servir utilmente per irrigare colle acque dei fossi le campagne adjacenti, pur-

chè il cucchiajo, come una delle lanci di una bilancia, venga sostenuto da tre corde, che per via di un uncino, cui sono annesse, sospendonsi ad un triangolo di legno formato da tre bastoni. Essendo il cucchiajo della pala sospeso al triangolo, può un uomo, che lo tiene per il manico, facilmente attinger l'acqua dal fosso poco profondo, e quindi gettarla su i campi contigui. Di questa macchina appunto si servono gli Olandesi per vuotare le loro dighe.

616. Vi sono tre specie di trombe. Le une sono semplicemente *aspiranti*: le altre *prementi*: le ultime finalmente *aspiranti, e prementi nello stesso tempo*. Le prime sollevan da terra l'acqua mediante la pressione dell'aria: le seconde mediante la pressione dello stantuffo sulla stess'acqua: le altre mediante la pressione e dell'aria esterna, e dello stantuffo sulla stess'acqua. Le trombe aspiranti non si adoperano, se non quando si ha da cavar l'acqua dai pozzi per sollevarla a picciole altezze sulla terra (610.). Quando si vuole innalzarla a maggiore altezza, allora si fa uso delle altre due specie di trombe. La scelta di una delle due dipende dalla situazione dell'acqua da elevarsi. Se questa giace in piccola profondità dalla superficie della terra, e si ha da elevare ad un'altezza di considerazione, si fa uso della tromba premente. Ma se l'acqua s'ha da cavare da un luogo assai profondo, e da sollevare ad un altro molto alto, si adopera

in questo caso la tromba aspirante, e premente insieme.

617. Gli ordigni principali del meccanismo delle trombe sono le *valvole*, e gli *stantuffi*. Le valvole sono specie di coperchj congegnati all' apertura di un vase con tale artifizio, che non si aprono se non per un verso, e si chiudono per l'altro verso tanto più esattamente, con quanto maggior forza secondo questo stesso verso vengono premuti. Ond'è, che, quando esse permettono ad un fluido il passaggio in un vase, allora gli negano il ritorno. Tali sono nelle Fig. 55, 56 le valvole S, *s*. Le valvole si fanno in diverse maniere. Quelle, che sono più in uso, e men dispendiose, consistono in un pezzo di cuojo armato al di sopra d'una lastra di metallo, e congiunto a guisa di cerniera da un lato al piano, in cui havvi scolpito il foro da chiudersi. Le valvole sono anche oggidì nello stato d'imperfezione. Una buona valvola deve, allorchè è chiusa, negare intieramente il passaggio al fluido sopraincumbente: opporre la minima difficoltà possibile al suo aprimento: sentire finalmente meno, che sia possibile le alterazioni provenienti dall'umido, e dall'asciutto.

618. Lo stantuffo non è, che un cilindro solido, che si fa movere alternativamente dall' ingiù all'insù, e dall'insù all'ingiù dentro di un tubo cilindrico dappertutto dello stesso diametro, il qual tubo si chiama *il corpo della trom-*

ba. Esso ordinariamente è di legno coperto da una fascia di cuojo. Anche gli stantuffi sono nello stato d'imperfezione. Un perfetto stantuffo deve riempiere con tale esattezza il corpo della tromba, che non permetta il passaggio all'aria, o all'acqua nel suo contorno: fregare meno che sia possibile il corpo della tromba: corrodere finalmente meno che sia possibile nel suo fregamento se stesso, e il corpo della tromba. Nelle trombe ordinarie, dove il corpo è di piombo, bisogna frequentemente rifarlo per il soverchio allargamento prodotto dalla corrosione dello stantuffo. Per evitare un sì frequente rifacimento da alcuni si fa uso di uno stantuffo di bronzo levigato, e di un corpo di tromba dello stesso metallo, quantunque sia molto dispendiosa la costruzione. Ma poichè il bronzo contiene del rame in gran copia, il quale sciogliendosi al contatto dell'acqua forma il verderame, che preso interiormente è un veleno corrosivo, sarebbe forse pericoloso il servirsi di tali trombe negli usi della vita umana. Inoltre se l'acqua non è pura, gli stantuffi di bronzo divengono in breve tempo più difficili al moto, che quei di cuojo, per la sabbia, che s'insinua tra la loro convessità, e la concavità del corpo della tromba. Per movere gli stantuffi si può far uso d'ogni sorta di potenze, come uomini, cavalli, correnti d'acqua, urti di vento ec. Nelle piccole trombe, come in quelle da pozzi, e da incendj gli stantuffi sono messi ordinariamente in moto a forza di braccia.

619. L'Idrobalo, che dopo un lungo studio fatto non solo sulla teoria, ma eziandio sulla pratica delle macchine destinate all'innalzamento delle acque inventò il Cavalier Litta, innalza l'acqua e per aspirazione, e per pressione sì separatamente, come anche unitamente. Ond'è, ch'esso può far le veci di una tromba semplicemente aspirante, di una tromba semplicemente premente, e di una tromba in fine aspirante, e premente assieme; il che fa non poco onore all'ingegno dell'Autore. Ma ciò, ch'è veramente singolare in questa macchina, si è, ch'essa partecipa di tutti i pregi delle trombe, senzachè abbia il vizio della loro struttura. Nelle trombe l'acqua non s'innalza, se non o nella semplice ascesa come in quelle di elevazione, o nella semplice discesa dello stantuffo come nelle altre di spinta, non servendo l'altro moto, se non per mettere la potenza nello stato di poter agire. Da questo difetto, ch'è inseparabile dalla struttura delle trombe, ne nasce, che la quantità dell'acqua, che queste somministrano, è molto scarsa (611.). Quanto maggiore sarebbe la quantità dell'acqua, se gli stantuffi e nella loro salita, e discesa innalzassero l'acqua? Ora questo difetto, che trovasi in ogni tromba, non ha luogo nell'Idrobalo, in cui o si mova lo strumento elevatore dell'acqua dalla sinistra alla destra parte, oppure da questa ritorni a quella, obbliga sempre alla salita l'acqua contenuta. Però non ci

deve far maraviglia, se l'Idrobalo anche sotto un piccol volume dispensa maggior quantità di acqua, che una tromba ordinaria. La quantità assoluta dell'acqua, ch' esso manda, dipende dall' ampiezza del di lui recipiente, e dalla velocità del movimento dello strumento elevatore. Ora questi due elementi si posson far crescere in modo, che una sola di queste macchine somministri a Parigi *un corpo di acqua maggiore di quello, che abbiasi in oggi colle infinite trombe, che ingombrano la Senna*, siccome si esprime il Sig. Litta nella sua dissertazione sull'Idrobalo stampata per ordine dell'Accademia di Mantova nel 1782.

620. L' Idrobalo è stato poscia assai perfezionato dal Ch. Sig. Preposto Carlo Castelli, siccome si può vedere nel suo *Ventilatore Idraulico*, ed è ora molto in uso anche fuori di Milano, spezialmente per estinguere gl'incendj. Di questo uso dell' Idrobalo si parlerà, quando si tratterà della macchina da incendj. Ma qui non debbo tralasciare l'uso, che la stessa macchina può avere in quei Villaggi, dove non havvi che un sol pozzo comune (614.). Essa somministra in copia l'acqua, che può abbisognare, siccome abbiam detto di sopra. Inoltre la somministra, senzachè stia allo scoperto la bocca del pozzo. Onde si risparmia il sì frequente incomodo di ritrovar guaste le acque del pozzo per le immondezze, che dentro vi gettano i ragazzi. Ha in fine il gran vantaggio dell' economia, essendo tenue la

spesa della sua costruzione, e quasi nulla quella della sua manutenzione. Per maggior economia può esser fatta di marmo, o d'altro sasso. L'artefice, che in Milano costruisce gl'Idrobali, si è il Cittadino Guglielmo Boschetti, valente Macchinista, che abita nel vicolo di S. Fedele al Num. 1178. Le trombe non si possono adoperare in campagna con vantaggio, massimamente essendo la loro manutenzione molto dispendiosa in campagna, dove non trovansi idonei artefici di tali macchine.

621. Abbiam brevemente accennate le principali, e più usuali macchine destinate all'innalzamento dell'acqua. Se di tutte queste, e delle altre, che in certi casi possono essere di vantaggio a chi vuol sollevar da terra l'acqua, volessi trattare con ispezialità, apportandone le figure, siccome richiede la loro adequata intelligenza, renderei questo mio libro troppo dispendioso. Perciò non tratto con ispezialità se non delle trombe, che hanno nell'umana società grand'uso, e della macchina a fuoco per essere il meccanismo di questa molto maraviglioso. Veramente dovrei anche con particolarità discorrere dell'Idrobalo, che può in molti casi essere di gran vantaggio. Ma il dotto Autore ha saputo ragionare sulla teoría, e sui pregi di quella sua macchina sì profondamente, e con tanta chiarezza, che non potrei portare nè nuove viste, nè maggior chiarezza, se volessi della stessa minutamente parlare.

Fia

Fia dunque miglior consiglio, che proponga, a chi desidera d'informarsi pienamente dell'Idrobalo, la già lodata di lui differtazione unitamente a quella del Prepoſto Caſtelli sul *Ventilatore Idraulico*. Riguardo poi alle macchine, delle quali non tratto, ſi deve consultare spezialmente l'*Architettura Idraulica* di M. Belidor, Opera eccellente per la pratica, quantunque l'Autore non ſia sempre esatto nella teoría.

CAPO II.

Della misura in generale dell'acqua, che in un dato tempo sollevano da terra le macchine idrauliche, e dell'uso di queſta dottrina nella irrigazione delle campagne.

622. In una macchina, che ſi adopera per innalzare da terra l'acqua, bisogna neceſſariamente vincere il peso di queſta. Ond'è, che se per innalzare da terra con una data velocità ad una dat'altezza un corpo di una libbra di acqua ſi ricerca una forza come uno, ſi deve adoperare una forza come due, tre, quattro ec., quando ſi tratta di sollevare alla ſtess'altezza colla ſteſſa velocità un corpo di due, tre, quattro ec. libbre di acqua. Qual'è dunque l'effetto di una macchina deſtinata all'innalzamento dell'acqua. Eſſo non è altro, che un certo peso di acqua

sollevato da terra equabilmente con una certa velocità. Però chiamato P il peso dell'acqua sollevata, V la velocità dello ſteſſo, dev'eſſer l'effetto di una macchina in un dato tempo $= PV$.

623. Parimente qualunque ſia la potenza, che ſi adopera per movere una macchina Idraulica, oſſia eſſa animata, come gli uomini, e le beſtie, oſſia inanimata, come il peso di un corpo, l'aria, il fuoco, e l'acqua, poichè eſſa non tende, che a muovere un peso di acqua con una certa velocità, ſi può conſiderare la sua forza come un peso moſſo equabilmente con una certa velocità. Perciò, chiamato p queſto peso, v la di lui velocità, dev'eſſer la forza della potenza applicata alla macchina $= p\,v$. Spezialmente se la potenza, che muove una macchina o col mezzo di una leva, come succede nelle trombe, o col mezzo di un manubrio, come avviene nelle macchine a rosario, è un uomo, ſi può conſiderare la forza, ch'eſſo fa in un'ora, eguale al momento di un peso di 25 libb. parig. moſſo equabilmente con una velocità capace di percorrere in un'ora 12000 piedi: s'è un cavallo, la forza del quale è sette volte maggiore di quella dell'uomo, eguale al momento di un peso di 175 libb. moſſo equabilmente colla velocità di sopra: s'è un aſino finalmente, che non è che tre volte più forte dell'uomo, al momento di un peso di 75 libb. moſſo equabilmente ec. La forza del bue in un'ora non può eſſere che di

poco superiore a quella del cavallo, attesa la lentezza del di lui moto. L'uomo, e il cavallo possono per tre ore di seguito senza spossarsi esercitare la forza di sopra, siccome ci accertono gli sperimenti fatti.

624. Egli è chiaro, che l'effetto non può mai esser maggiore della sua causa; ma dev'esser, tolti gl'impedimenti, che questa incontra nella di lui produzione, accuratamente uguale, siccome richiede quel notissimo assioma di Fisica: *quilibet effectus est semper suae causae adaequate proportionalis*. Dissi *tolti gl' inpedimenti* ec. Imperocchè se la causa nella produzione del suo effetto incontra qualche impedimento, che scemi parte della di lei forza, allora l'effetto dev'esser minore della causa. Quindi se si vuole, chè l'effetto di una macchina sia PV, bisogna che la forza pv della potenza applicata, tolto ogni ostacolo, gli sia eguale, ossia bisogna, che sia $PV = pv$. In pratica, poichè le parti, delle quali sono composte le macchine Idrauliche, patiscono e fra loro, e colle particelle dell'acqua notabile sfregamento, si ha sempre $PV < pv$. Ond'è, che la miglior macchina dev'esser quella, che in virtù della sua costruzione, e del giuoco dei suoi pezzi somministra la quantità PV, più che sia possibile, prossimamente uguale alla quantità pv.

625. Ma si dirà: la macchina accresce la forza della potenza, che si applica al di lei movimento. Qualunque sia, rispondo, la macchina,

V 2

e con qualunque mezzo di leva, di ruote, o di altri ſtrumenti della Statica ſi faccia eſſa movere, non s' accresce mai la forza della potenza, non potendo mai l'effetto eſſer maggiore della sua causa produttrice. Gli ſtrumenti della Statica non accrescono il prodotto pv, in cui conſiſte la forza della potenza; ma modificano soltanto differentemente i due fattori p, v, dai quali è compoſto quel prodotto. Se eſſi fanno aumentare la velocità v della potenza rispetto alla velocità V della reſiſtenza del doppio, del triplo, del quadruplo ec., allora il peso motore p della ſteſſa potenza diventa rispetto al peso P della reſiſtenza subduplo, subtriplo, subquadruplo ec. Parimente se le ſteſſe fanno aumentare il peso p della potenza rispetto al peso P della reſiſtenza del doppio, del triplo, del quadruplo ec., allora la velocità v della ſteſſa potenza rispetto alla velocità V della reſiſtenza diventa subdupla, subtripla, subquadrupla ec. Però anche coll' ajuto della leva reſta il medeſimo prodotto pv di prima, oſſia la ſteſſa forza della potenza. Anzi volendo parlare con rigore gli ſtrumenti della Statica scemano piuttoſto la forza della potenza, non eſſendo posſibile il farne uso, senzachè non ne nasca dello sfregamento, oſſia senzachè la potenza non perda qualche parte della sua forza. Ond' è, che s' ingannano grandemente quei pratici ignoranti, che spacciano di poter per via delle loro macchine con poca forza innalzare da terra a grand'altezza un corpo smisurato di acqua.

626. Per accrescere la forza della potenza, allorchè questa è animata, bisognerebbe cercare di applicare al movimento della macchina anche il peso del di lei corpo. Poichè il peso di un uomo di corporatura mediocre è di 140 libb. parig., se questo si aggiungesse al movimento della macchina, la forza, che allora farebbe un uomo, sarebbe uguale allo sforzo di un peso di 165 libb. parig. mosso equabilmente con una velocità capace di scorrere 1200 piedi parig. in un' ora. Quanta dunque sarebbe la forza di un cavallo, di un bue, se vi agisse col peso del suo corpo. Più tentativi sono stati fatti a questo fine dai Filosofi; ma per disgrazia della Meccanica finora essi non hanno avuto felice successo.

PROBLEMA I.

Date in qualunque macchina tre di queste quattro cose, la quantità cioè dell' acqua, che in un dato tempo solleva da terra, l' altezza della elevazione dell' acqua, lo spazio, che nello stesso tempo percorre la potenza, il peso finalmente di questa, ritrovare la quarta.

627. Si chiami P il peso dell' acqua, che nel tempo T innalza da terra la Macchina, A l' altezza della elevazione dell' acqua; p il peso della potenza applicata alla macchina, s finalmente lo

spazio, che nello stesso tempo T percorre la potenza. Si supponga il peso P diviso nelle sue parti eguali m, n, o ec., ed il tempo T nelle parti eguali, e corrispondenti q, r, z ec., in modo che la macchina nel tempo q somministri all'altezza A la parte m di P, nel tempo r la parte n, nel tempo z la parte o, e così di seguito. Si chiami V la velocità, con cui sale dentro la macchina l'acqua all'altezza A. Egli è chiaro, che l'effetto della macchina nel tempo q dev' esser $= mV$, nel tempo $r = nV$, nel tempo $z = oV$, e così di seguito (622.). Quindi, poichè $q + r + z$ ec. $= T$, e poichè $m + n + o$ ec. $= P$, dev' esser l'effetto totale della macchina nel tempo $T = PV$. Ora, perchè la potenza possa produrre l'effetto PV della macchina nel tempo T, bisogna, che sia nello stesso tempo T la di lei forza $pv = PV$ (624.), ossia poichè nel moto equabile le velocità sono proporzionali agli spazj descritti nello stesso tempo, bisogna, che sia $ps = AP$. Quindi si ricavano le quattro seguenti equazioni, $P = \frac{ps}{A}$, $p = \frac{AP}{s}$, $s = \frac{AP}{p}$, $A = \frac{ps}{P}$, col mezzo delle quali si ha la quarta, allorchè tre delle quattro quantità A, P, p, s sono date. Il peso P dell' acqua da innalzarsi si ritrova facilmente, quand'è dato il volume della stessa (101.). Ciocchè ec.

628. *Scolio*. Quando si vuol far con esattezza il calcolo degli effetti di una macchina, bisogna far attenzione

I. Alla massa della macchina, o dei pezzi, che la compongono. Se la potenza è costretta di sollevare insieme all'acqua la macchina, o qualche di lei pezzo, allora si deve aver riguardo anche al loro peso, facendo, che P comprenda e questo peso, e quello dell'acqua. Se poi il peso della macchina, o di qualche di lei parte è di ajuto alla potenza, giusto perchè cospira colla di lei azione, allora esso dev' esser rinchiuso nella quantità p insieme a quello della stessa potenza.

II. Allo sfregamento, cui è sottoposta la macchina. La resistenza, che proviene da questo, è sì grande, che si trovano gli effetti delle macchine calcolati notabilmente maggiori dei reali. Ma di quanto? Ciò non si può precisamente determinare, non essendo tutte le macchine sottoposte alla stessa quantità di sfregamento, nè lasciandoci la di lui natura farne un calcolo esatto per le tante, e differenti cause, dalle quali dipende la di lui resistenza. Quindi, quando si vuole innalzar l'acqua all'altezza A, bisogna poi, dopo di aver calcolata la forza della potenza nello stato di equilibrio, accrescere il valore o di p, o di s più o meno secondo la maggiore, o minore quantità dello sfregamento, a cui è sottoposta la macchina, e secondo il mag-

giore, o minor moto, che si vuol dare all'acqua, che sale. Sogliono alcuni, quando si tratta di macchine, nelle quali come nelle trombe la resistenza, che proviene dallo sfregamento, è notabile, accrescere di un terzo il valore della potenza calcolato nello stato di equilibrio.

Esempio. Si dimanda la quantità dell'acqua, che somministra all'altezza di 30 piedi una macchina nello spazio di tre ore nell'ipotesi, che la potenza, che la mette in moto sia un uomo? Si prenda l'equazione $P = \frac{p s}{A}$, dove $p = 25$ libb. parig., $s = 12000 . 3$ piedi parig., A finalmente $= 30$ piedi parigini. Si troverà $P = 30000$ libb. parig. Ora per ritrovare il volume di questo peso, poichè un piede cubico di acqua è di 70 libb. parig., bisogna fare $70 : 1 = 30000 : x$; e quindi si avrà $x = 428 \frac{4}{7}$ piedi cubici. Nello stesso modo potrà ciascuno da se stesso ritrovare col mezzo delle altre equazioni, se basta la potenza di un sol cavallo alla elevazione di un corpo di 200 piedi cubici di acqua all'altezza di 100 piedi parig. in tre ore: l'altezza, a cui un uomo applicato ad una macchina può innalzare un corpo di 50 piedi cubici di acqua, lavorando due ore: lo spazio in fine, che descrive una potenza di 12 libb. parigine nel tempo, che solleva all'altezza di 150 piedi un corpo di acqua di 250 piedi cubici.

PROBLEMA II.

Dato il peso, a cui equivale la potenza applicata ad una macchina, lo spazio, ch' essa descrive in un minuto, il peso dell' acqua da innalzarsi da terra, l' altezza finalmente della elevazione dell' acqua, ritrovare il tempo, che la stessa deve mettere nell' innalzamento di quel peso d' acqua alla data altezza.

629. Si dica m lo spazio, che la potenza p applicata ad una macchina descrive in un minuto, e t il numero dei minuti, che si contengono nel tempo impiegato nell'innalzamento del peso P di acqua all'altezza A. Egli è chiaro, che lo spazio, che descrive la potenza nel tempo t, purchè questa lavori in tutto quel tempo, siccome qui si suppone, colla stessa forza, dev' esser $= mt$. Imperocchè la potenza non può lavorare in tutto il tempo t colla stessa forza, se non impiega in tutto quel tempo la stessa velocità, supponendosi costante il peso p, a cui equivale. Ora nel moto equabile, quando la velocità è la stessa, gli spazj sono proporzionali al tempo. Però se si farà $1 : m = t : x$, si troverà lo spazio, che descrive la potenza applicata alla macchina nel tempo t, ossia si troverà $x = mt$. Ma poichè la causa, levati tutti gli ostacoli, dev' esser

esattamente uguale al suo effetto (624.), deve esser $pmt = AP$. Onde $t = \frac{AP}{pm}$ minuti primi. Ciocchè ec.

PROBLEMA III.

Data l'elevazione di un terreno sopra il livello dell'acqua, determinare, quanto di quello possa un uomo irrigare, lavorando con una macchina, qualunque questa sia, giorno, e notte sempre colla stessa forza.

630. SI ponga l'altezza del terreno sopra il livello dell'acqua un poco minore di 12 piedi, cosicchè, portando l'acqua a quest'altezza, si possa irrigare il dato terreno. Si cerchi la quantità dell'acqua, che in un'ora può mediante una macchina, qualunque questa sia, sollevare un uomo all'altezza di 12 piedi parig. Essa si troverà (627.) = 617143 poll. cubici parig. Inoltre si cerchi, a quante once cubiche milanesi equivalga questa quantità. Si chiami B il braccio milanese, e P il piede parig. Poichè stà $B : P = 11 : 6$ (176.), deve anche stare $\frac{B}{12} : \frac{P}{12} = 11 : 6$, ossia poichè $\frac{B}{12}$ è un'oncia del braccio mil., e

$\frac{p}{12}$ è un pollice parig., deve ſtare l'oncia suddetta al suddetto pollice $= 11 : 6$; e perciò anche l'oncia cubica al pollice cubico $= 11 . 11 . 11 : 6 . 6 . 6 = 1331 : 216$. Onde se ſi farà $1331 : 216 = 617143 : x$, ſi avrà il numero x delle once cubiche milaneſi, alle quali equivalgono 617143 pollici cubici parig., $= \frac{216 . 617143}{1331}$.
Quindi sarà la quantità dell'acqua, che da terra un uomo solleva all'altezza di 12 piedi colla ſteſſa macchina, lavorando giorno, e notte, oſſia 24 ore di seguito sempre colla ſteſſa forza senza punto ſtraccarſi, $= \frac{24 . 216 . 617143}{1331}$ once cubiche.

Ora ſi cerchi la quantità dell'acqua, che in un giorno intiero manda un'oncia milanese di acqua: eſſa ſi troverà $= 24 . 1160100$ once cubiche, eſſendo quella, che la ſteſſa manda in un' ora, $= 1160100$ once cubiche (180.). Si ponga, che il terreno da irrigarſi ſia arato. Poichè un'oncia di acqua non irriga in un giorno, che 36 pertiche di quello, se ſi farà $24 : 1160100 : 36 = \frac{24 . 216 . 617143}{1331} : x$, ſi troverà, che un uomo, ancorchè lavoraſſe sempre colla ſteſſa forza senza punto ſtraccarſi con una macchina, qualunque queſta foſſe, giorno, e notte, non po-

trebbe irrigare all' altezza di 12 piedi parig., che $3\frac{1}{9}$ pertiche di terreno arato in circa. Ciocchè ec.

631. *Scolio*. La quantità ritrovata è maggiore della giusta, non solo perchè un uomo non può lavorare più di tre ore di seguito colla stessa forza senza straccarsi (623.); ma eziandio perchè le macchine per le varie resistenze, che incontrano nel loro moto, somministran sempre una quantità minore della calcolata. Chi farà con esattezza il calcolo della spesa della macchina, della di lei manutenzione, della mercede dell'operario, del numero finalmente delle volte, che costui in un anno deve lavorare, vedrà, che non torna a conto il fare irrigare in questo modo le campagne: anzi vedrà, che la spesa è maggiore della rendita delle stesse, se queste sono notabilmente innalzate al di su del livello dell'acqua.

CAPO III.

Delle trombe sì di elevazione, come anche di spinta, e della macchina a fuoco in particolare.

632. IN due maniere si costruiscono le trombe prementi. Ond'è, che altre sono di *elevazione*, altre di *spinta*. In quella s'innalza la colonna d'acqua, tirando all'insù lo stantuffo, su

cui essa s'appoggia (fig. 29.): in queste, spingendo lo stantuffo contro la stess' acqua (fig. 30.). Le trombe aspiranti, e prementi, poichè risultano dall' unione delle trombe prementi colle aspiranti, sono o di elevazione, o di spinte.

633. *Descrizione della tromba premente di elevazione*. Le parti principali di questa sono il tubo cilindrico verticale AB più grosso degli altri (fig. 29.), che si chiama il corpo della tromba: lo stantuffo, che si trova dentro il corpo della tromba, forato nel suo mezzo da un capo all' altro, e fornito dalla valvola S, che innalzandosi concede all' acqua l' ingresso nel corpo della tromba, ed abbassandosi le nega il ritorno: il pezzo BN di un tubo, ch' è congiunto all' estremità inferiore del corpo della tromba, dove vi è la valvola *s*, che non si apre, siccome la prima, se non spinta all' insù, ed aperto a basso, oppure, ciocchè è meglio, pertugiato di molti piccoli fori in tutta la sua lunghezza per impedire il passaggio nella tromba alle sporchezze più grossolane dell' acqua: il tubo finalmente di salita AT, ch' è congiunto alla parte superiore del corpo della tromba, e che versa l' acqua innalzata per la bocca T. Lo stantuffo si move all' insù, e all' ingiù dentro il corpo della tromba mediante la leva MG mobile intorno il fulcro Z, essendo il di lui fusto *x*M attaccato all' estremità M della stessa. Lo spazio, ch' esso descrive dentro il corpo della tromba sì nella sua ascesa, co-

me nella sua discesa, $= Mm$. La tromba s' aggiusta nella conserva dell' acqua in modo, che sotto la superficie A A di questa sia il di lei corpo.

TEOREMA I.

Sia immerso nell' acqua, il livello della quale sia nel piano orizzontale A A, *il corpo* A B *della tromba premente di elevazione, e si metta in moto lo stantuffo: dico, che l' acqua dovrà salire dentro di quella, finchè la forza della potenza motrice sia eguale alla somma delle forze del peso dello stantuffo, e della pressione, che dall' acqua superiore sostiene all' ingiù la testa dello stesso.*

634. Si ponga lo stantuffo nel suo massimo abbassamento. Egli è chiaro, che la valvola *s* verrà spinta all' insù dall' acqua con forza eguale al peso di una colonna d' acqua, la quale abbia per base la sezione del foro, ch' essa cuopre, e per altezza la distanza della stessa dal livello A A dell' acqua esteriore. Però, essendo il peso di questa colonna, siccome si suppone, maggiore di quello della valvola *s*, dovrà questa aprirsi, e permettere all' acqua il passaggio nel corpo della tromba. Per la stessa ragione anche l' altra valvola S deve aprirsi, e concedere all' acqua, che possa innalzarsi per il corpo della tromba, finchè

l'acqua interiore ſia in equilibrio coll'eſteriore. Si ponga, che queſt' equilibrio succeda, allorchè l'acqua interiore occupa intieramente la cavità del corpo della tromba, oſſia tocca il piano del livello A A. In queſto caso le valvole s, S specificamente più gravi dell' acqua, discendendo in virtù dell'eccesso del loro peso, ſi chiudono.

Si ponga ora lo ſtantuffo nel suo maſſimo innalzamento. Poichè lo ſtantuffo nella sua ascesa percorre dentro il corpo della tromba uno spazio $= Mm$, l'acqua, che giace sulla di lui teſta, non potendo discendere, sarà portata all'insù per uno spazio $= Mm$. Quindi dovrà paſſare nel tubo di salita AT una colonna d'acqua, che abbia per base la teſta dello ſtantuffo, e per altezza lo spazio Mm, che queſto descrive nel suo ascendimento. Eſſendo le altezze di due prismi eguali in ragione inversa delle baſi, se saran dati i diametri D, d dello ſtantuffo, e del tubo di salita, ſi troverà, facendo $D^2 : d^2 = Mm : x$, ſi troverà, dico, x, oſſia l'altezza Aa, che acquiſta l'acqua dentro il tubo di salita AT nel 1.° alzamento dello ſtantuffo, $= \frac{D^2 . Mm}{d^2}$.
Egli è chiaro, che, mentre s' innalza lo ſtantuffo, deve la valvola s aprirſi, e concedere il paſſaggio all'acqua nel corpo della tromba, ſinchè, giunto lo ſtantuffo al suo maſſimo innalzamento, ſia tutto pieno di acqua lo spazio del corpo della tromba al di sotto dello ſtantuffo.

S'abbassi ora lo stantuffo sino al luogo della sua massima depressione. Questa pressione farà chiudere la valvola *s*, e aprire l'altra S, obbligherà l'acqua, che nel corpo della tromba giace al di sotto dello stantuffo a passare al di su della di lui testa, e sarà in fine la quantità dell'acqua, che vi passa, eguale al peso di una colonna di acqua, che abbia per base la testa dello stantuffo, e per altezza lo spazio M*m*, che questo percorre nel suo abbassamento. La valvola S deve chiudersi, quando lo stantuffo arriva alla sua massima depressione, essendo allora la pressione, che sostiene all'ingiù dall'acqua superiore, maggiore di quella, che la stessa sostiene all'insù dall'inferiore. Perciò, rimesso lo stantuffo nel suo massimo ascendimento, deve passare nel tubo di salita una colonna d'acqua eguale affatto a quella, che vi passò nel primo ascendimento dello stantuffo. Quindi anche, poichè questa colonna è uguale alla colonna A*a* di acqua, presa nel tubo di salita la parte *ab* della di lui altezza $=$ A*a*, deve l'acqua nel secondo innalzamento dello stantuffo ascendere dentro il tubo di salita fino in *b*.

Si vede, che, continuando la stessa operazione, l'acqua deve continuare a salire dentro il tubo, descrivendo ad ogni alzamento di stantuffo uno spazio $=$ *ab*; nè può essa cessare dal salire, se non quando la potenza applicata all'estremità G della leva è in equilibrio colla resistenza applicata all'altra estremità M, ossia se non quando

la

la forza della potenza motrice è uguale alla somma delle forze del peso dello ſtantuffo, e della preſſione, che dall'acqua superiore ſoſtiene all'ingiù la teſta dello ſteſſo. Ciocchè ec.

635. *Scolio*. L'acqua, in cui giace immerso lo ſtantuffo, produce nel di lui peso aſſoluto dell'alterazione secondo le leggi idroſtatiche dell'immerſione de' corpi. Ma una scrupoloſità sì minuta ſi può in pratica trascurare, principalmente non avendoſi avuta conſiderazione veruna alla reſiſtenza, che proviene dallo sfregamento. Queſto Scolio ha luogo anche nelle altre specie di trombe.

636. *Coroll.* I. Poichè la preſſione, che soſtiene all'ingiù dell'acqua superiore la teſta dello ſtantuffo, ſi può, detratta la preſſione contraria, che dall'acqua eſteriore soſtiene all'insù la base dello ſteſſo, ſtabilire senza pericolo di error notabile eguale al peso di una colonna d'acqua, la quale abbia per base la teſta dello ſtantuffo, e per altezza l'altezza dell'acqua elevata dentro il tubo di salita al di su del livello dell'acqua nella conserva, ognun vede, che l'acqua dentro di una tromba premente di elevazione deve seguitare a salire, finchè la forza della potenza motrice ſia eguale alla somma delle forze dei peſi dello ſtantuffo, e della suddetta colonna.

637. *Coroll.* II. Si chiami P la potenza applicata all'eſtremità G della leva, e D la sua diſtanza del punto Z di appoggio: sarà la forza della potenza motrice $=$ DP. Si chiami inoltre

b la base dello ſtantuffo espreſſa in piedi parig. quadrati, g il peso di un piede cubico, A l'altezza dell'acqua nel tubo di salita al di su del livello dell'acqua eſteriore, d la diſtanza del punto M, da cui pende lo ſtantuffo della tromba, dal punto Z d'appoggio, p finalmente il peso dello ſtantuffo: sarà la forza della preſſione, che dall'acqua superiore soſtiene all'ingiù lo ſtantuffo, $= Abdg$, e la forza del peso dello ſteſſo ſtantuffo $= dp$. Però in caso di equilibrio dev'eſſer $DP = Abdg + dp$.

638. *Coroll.* III. Poichè nella tromba premente di elevazione la forza motrice $= Abdg + dp$, ognun vede, ch'eſſa non ſi scema, diminuendo il diametro del tubo di salita. Perchè dunque il tubo di salita ſi fa più ſtretto del corpo della tromba? Pare, che l'unica ragione ſia il risparmio della spesa. Se queſta non foſſe la ragione, sarebbe meglio il dargli almeno la ſteſſa larghezza del corpo della tromba per rendere la reſiſtenza, che nasce dallo sfregamento minore (445.).

639. *Descrizione della tromba premente di spinta*. Le parti principali, dalle quali è compoſta queſta macchina, sono il corpo CD della tromba (fig. 30.) chiuso esattamente nella sua eſtremità inferiore, ed aperto intieramente nella superiore: lo ſtantuffo K forato nel suo mezzo da parte a parte, e guernito nella sua base di una valvola S, che non ſi apre, se non all'in-

giù: il tubo in fine di salita DO situato a canto del corpo CD della tromba, con il quale esso comunica, e fornito nella sua parte inferiore della valvola *s*, che a differenza dell'altra non si apre se non spinta all'insù. Lo stantuffo si muove dentro il corpo della tromba dall'insù all'ingiù, e dall'ingiù all'insù mediante la leva GZ del secondo genere, la quale ha il suo punto d'appoggio in Z. Lo spazio, ch'esso descrive dentro il corpo della tromba, salendo, o discendendo, $= mM$. La tromba si aggiusta nella conserva dell'acqua in maniera, che il suo corpo si trovi intieramente sotto la superficie AA dell'acqua.

TEOREMA II.

Sia immerso nell'acqua, il livello della quale sia nel piano AA, *il corpo* AB *di una tromba premente di spinta, e si metta in azione lo stantuffo: dico, che l'acqua dovrà salire dentro di quella, finchè la somma delle forze della potenza motrice, e del peso dello stantuffo sia eguale alla forza della pressione, che dall'acqua elevata nel tubo di salita sostiene all'insù la base dello stantuffo, allorchè si dà, aperta la valvola s, all'acqua del corpo della tromba comunicazione coll'acqua del tubo di salita.*

640. SI ponga lo stantuffo nel suo massimo innalzamento: egli è chiaro, che l'acqua, ch'entra

nel corpo della tromba per la parte superiore aperta, deve mediante la sua pressione, ch' esercita all' insù, aprire la valvola *s*, e passare nel tubo di salita, nè può cessare dall' entrarvi, se non quando la superficie dell' acqua dentro il tubo è nello stesso piano orizzontale A A coll' esteriore in circa.

Ora s' abbassi lo stantuffo mediante la leva G Z fino al suo massimo abbassamento. L' acqua, che giace al di sotto, non potendo passare per il foro dello stantuffo chiuso dalla valvola S, deve in virtù della forza impressale aprire l' altra valvola *s*, e passare nel tubo di salita. Ma quanta dev' esser l' acqua, che dal corpo della tromba passa nel tubo di salita? Tanta cioè, quant' è il volume di una colonna, che abbia per base quella dello stantuffo, e per altezza lo spazio mM, percorrendo lo stantuffo dentro il corpo di una tromba nel suo abbassamento uno spazio $= mM$. Quindi dati i diametri dello stantuffo, e del tubo di salita, si troverà come sopra (634.) l' altezza A a, che l' acqua ottiene nel tubo di salita dopo il primo abbassamento dello stantuffo. Egli è chiaro, che, a misura che discende lo stantuffo nel suo abbassamento, deve riempiersi di acqua lo spazio superiore del corpo della tromba, cosicchè, giunto al suo totale abbassamento, dev' esser tutto quello spazio intieramente pieno di acqua; nel qual caso si chiude la valvola *s*.

Si riponga lo ftantuffo nel suo maffimo innalzamento. Ognun vede, che appena incomincia effo ad innalzarfi, deve la valvola S aprirfi, concedendo quefta all'acqua superiore libero il passaggio nello spazio inferiore del corpo della tromba, coficchè, giunto al suo totale ascendimento, dev' effer tutto quello spazio pieno di acqua. Quindi se fi tornerà ad abbaffare intieramente lo ftantuffo, tornerà a paffare nel tubo di salita la fteffa quantità d'acqua, che vi passò nel primo abbaffamento, acquiftando l'acqua dentro di quello l'altezza $ab = Aa$.

Si ripeta più, e più volte lo fteffo giuoco dello ftantuffo: l'acqua dovrà continuamente salire per il tubo, acquiftando sempre nuove altezze eguali a quella, che acquiftò nel primo abbaffamento dello ftantuffo. Ma fin dove? Sino a quell' altezza, in cui la somma delle forze della potenza motrice, e del peso dello ftantuffo fia eguale alla forza della preffione, che dall' acqua elevata nel tubo di salita softiene, allorchè fi apre la valvola *s*, all' insù la base dello ftantuffo, effendo in quefto caso il peso dello ftantuffo di ajuto alla potenza motrice. Ciocchè ec.

641. *Coroll.* I. Poichè la preffione, che softiene all' insù dell'acqua elevata nel tubo di salita, allorchè fi apre la valvola *s*, la base dello ftantuffo, fi può, detratta la preffione, che dall'acqua efteriore softiene all'ingiù la di lui tefta, ftabilire senza pericolo di error notabile, eguale al peso

di una colonna d' acqua, la quale abbia per base quella dello ſtantuffo, e per altezza l'altezza dell' acqua elevata nel tubo di salita al di su del livello dell'acqua eſteriore, ne ſiegue, che durante il giuoco dello ſtantuffo l'acqua deve salire continuamente, finchè la somma delle forze della potenza motrice, e del peso dello ſtantuffo ſia eguale alla forza del peso della suddetta colonna di acqua, allorchè ſi apre la valvola s. Quindi, poſte le ſteſſe denominazioni, ſi avrà in caso di equilibrio $DP + dp = Abdg$, oſſia $DP = Abdg - dp$.

642. *Coroll.* II. Si confronti queſt' ultima equazione $DP = ABdg - dp$ colla prima $DP = Abdg + dp$ (637.): non ſi troverà altra differenza, che nel segno prefiſſo alla quantità dp. Però ſi potranno ambedue le equazioni esprimere con queſta sola $DP = Abdg \mp dp$, prendendo il segno superiore — nel caso di una tromba premente di spinta, e l' inferiore + in quello di una tromba premente di elevazione.

643. *Coroll.* III. Poichè la quantità dp in tanto nell'equazione di sopra ha il segno negativo —, in quanto ch' eſſa ſi oppone alla forza della preſſione dell' acqua $Abdg$, se la ſteſſa cospirerà con queſta, ſiccome succede in quelle trombe prementi di spinta, nelle quali lo ſtantuffo entra per l' eſtremità inferiore del corpo, cui è congiunto nella parte superiore il tubo di salita, e spinge l' acqua all' insù, allorchè viene innalzato, potrà in queſto caso servire la sem-

plice equazione $DP = Abdg + dp$, come nelle trombe prementi di elevazione.

644. *Scolio.* Le trombe aspiranti, e insieme prementi di elevazione, siccom'è la tromba della fig. 33., si confondono comunemente colle semplicemente aspiranti, sollevando anche queste l'acqua parte per aspirazione, parte per elevazione dello stantuffo. L'aspirazione porta l'acqua fino al piano TS, dove giace lo stantuffo nel suo massimo innalzamento, e che dista dalla superficie dell'acqua nella conserva 32 $\frac{2}{7}$ piedi (610.). Il resto dell'altezza dell'acqua nelle trombe aspiranti si deve intieramente alla pressione, che lo stantuffo, allorchè si tira all'insù, esercita contro l'acqua, che su di esso s'appoggia. Ben si vede, che, poichè la pressione dell'aria esteriore non agisce all'insù contro lo stantuffo, allorchè questa si ritrova nella sua massima elevazione, essendo essa tutta, quant'è, impiegata nell'innalzamento della colonna di acqua T A, lo stantuffo dev'esser premuto all'ingiù e dall'aria, e dall'acqua superiore con forza eguale al peso di una colonna di acqua, la quale abbia per base la testa dello stantuffo, e per altezza la somma delle altezze dell'acqua, cioè all'insù della testa dello stantuffo, e di 32 $\frac{2}{7}$ piedi, ossia l'altezza dell'acqua superiore al di su del livello dell'acqua nella conserva. Onde si vede, che anche nelle trombe aspiranti, e prementi insieme di elevazione, come nelle trombe soltanto prementi di elevazione, com-

preso il peso dello stantuffo, che deve innalzare la potenza, dev' essere in caso di equilibrio $DP = Abdg + dp$.

645. *Descrizione della tromba aspirante, ed insieme premente di spinta*. Le parti principali di questa macchina (fig. 31.) sono il tubo HV di aspirazione: il corpo CH della tromba, dentro il quale si move lo stantuffo massiccio, ossia senza foro nel suo mezzo: il tubo finalmente di salita HR, che stà a lato del corpo della tromba, e che con questo comunica. Nel piano, dove il tubo di aspirazione si congiunge col corpo della tromba, havvi la valvola S, che si apre soltanto all' insù. Parimente in poca distanza dal principio del tubo di salita si ritrova l' altra *s*, che anch' essa si apre soltanto all' insù. Lo stantuffo trovasi nel suo massimo abbassamento, oltre il quale non mai discende; altrimenti impedirebbe l' ingresso dell' acqua nel tubo di salita. Esso vien mosso dalla leva GMZ, essendo il di lui fusto attaccato al punto M della stessa, e percorre nel suo ascendimento, o discendimento sempre lo spazio $ab = Mm$. La distanza del piano *b*, in cui trovasi la base dello stantuffo nel massimo ascendimento, dal livello AA dell' acqua nella conserva non può esser maggior di $32 \frac{2}{7}$ piedi, posta l' altezza del mercurio nel barometro di 28 pollici. La macchina s' accomoda in modo, che non giace sotto la superficie AA dell' acqua, se non l' estremità inferiore del tubo di aspirazione.

646. *Scolio*. Essendo il corpo della tromba aspirante, e premente nello stesso tempo tutto fuori dell'acqua, si posson fare con facilità gli acconcimi, che gli sono necessarj. Ond'è, che questa macchina è più comoda delle trombe prementi sì di elevazione, come anche di spinta, il corpo delle quali è intieramente immerso nell'acqua.

TEOREMA III.

Si supponga il livello dell'acqua, in cui giace immerso l'orifizio del tubo HV *di aspirazione di una tromba aspirante, e premente insieme di spinta, nel piano orizzontale* AA: *dico, che l'acqua mediante il giuoco dello stantuffo dovrà salire, finchè la somma delle forze della potenza, che spinge l'acqua nell'abbassamento dello stantuffo, e del peso di questo sia eguale alla forza della pressione, che dall'acqua elevata nel tubo di salita sostiene all'insù la base dello stantuffo.*

647. MEntre s'innalza, e s'abbassa alternativamente lo stantuffo, l'acqua sale fino al piano *b* del corpo della tromba, dove giace la base dello stantuffo nel di lui massimo alzamento, per la pressione dell'aria esteriore sulla superficie AA

dell' acqua nella conserva nello ſteſſo modo, che la medeſima sale nelle trombe semplicemente aspiranti. Queſta sola differenza havvi, che nelle trombe aspiranti, e inſieme prementi l' aria compreſſa dallo ſtantuffo nel di lui abbaſſamento sorte per il tubo di salita, aprendo la valvola *s*, mentre nelle semplicemente aspiranti sorte per il foro dello ſteſſo ſtantuffo, innalzando la valvola, che lo cuopre.

Ora ſi ponga lo ſtantuffo nel suo maſſimo ascendimento, e pieno di acqua lo spazio del corpo della tromba, che giace al di sotto. Ognun vede, che, abbaſſato lo ſtantuffo, deve l' acqua mediante la spinta, che riceve, paſſare nel tubo di salita, non potendo eſſa discendere per il tubo di aspirazione per eſſer chiusa la valvola *S*, nè salire per il corpo della tromba per eſſer lo ſtantuffo non forato nel suo mezzo. Non tutta però l' acqua, che giace nel corpo della tromba, paſſa nel tubo di salita, discendendo soltanto lo ſtantuffo, ſiccome abbiam detto, da *b* in *a*. Quanta dunque ne paſſa? Tanta cioè, quanta ſi contiene sotto un volume, che abbia per base lo ſtantuffo, e per altezza lo spazio *ba*, che queſto descrive nella sua discesa. Quindi dati i diametri dello ſtantuffo, e del tubo di salita, e lo spazio, che quello percorre nel suo abbaſſamento, ſi ritroverà come sopra (634.) l' altezza, che ottien l' acqua nel tubo di salita dopo la prima spinta. Egli è chiaro, ch' entrata nel tubo

di salita la suddetta quantità di acqua, deve la valvola *s* chiudersi.

Si riponga lo stantuffo nel suo massimo ascendimento. L'acqua per la pressione, che l'aria esteriore fa sulla superficie AA, tornerà ad aprire la valvola S, e ad occupare lo spazio del corpo della tromba, che stà al di sotto dello stantuffo. Quindi, abbassato di nuovo lo stantuffo, tornerà l'acqua a passare nel tubo di salita nella stessa quantità, sollevandosi essa dentro di quello ad un' altezza eguale alla prima dopo la seconda spinta.

Si faccia più, e più volte la stessa operazione: l'acqua dovrà sempre più salire. Ma fin dove? Poichè, mentre s'abbassa lo stantuffo, si apre la comunicazione tra l'acqua del corpo della tromba, e l'acqua del tubo di salita, la di lui base allora viene premuta all'insù dall'acqua elevata dentro il tubo di salita. Ond'è, che l'acqua deve seguitare a salire per il tubo, finchè la somma delle forze della potenza, che col mezzo della leva GZ abbassa lo stantuffo, e del peso di questo sia eguale alla forza della pressione, che dall' acqua elevata sostiene all'insù la base dello stantuffo, allorchè si apre la valvola *s*, essendo in questo caso di ajuto alla potenza motrice il peso dello stantuffo, e di nissuno la pressione, che dall' aria esterna sostiene all'ingiù la di lui testa, poichè questa resta intieramente distrutta da quella, che la stess'aria fa sulla superficie dell'acqua nel tubo di salita. Ciocchè ec.

648. *Coroll.* I. Poichè la pressione, che sostiene all'insù la base dello stantuffo, allorchè si apre la valvola s nel di lui abbassamento, è uguale al peso di una colonna di acqua, la quale abbia per base quella dello stantuffo, e per altezza la distanza della stessa base del livello dell'acqua elevata dentro il tubo di salita, egli è chiaro, che l'acqua deve seguitare a salire, finchè la somma delle forze della potenza, che spinge l'acqua motrice, e del peso dello stantuffo sia eguale alla forza del peso della suddetta colonna. Quindi, chiamata A' la distanza della base dello stantuffo della superficie dell'acqua nel tubo di salita, sarà la forza, che in caso di equilibrio impiega la potenza nella spinta dell'acqua $= A'bdg - dp$.

649. *Coroll.* II. Poichè lo stantuffo aspira nell'alzarsi, siccome spinge nell'abbassarsi, perchè la potenza applicata all'estremità G della leva sia in equilibrio, allorchè è chiusa la valvola s del tubo di salita pieno di acqua, coll'eccesso della pressione, che dall'aria soprincumbente sostiene all'ingiù la di lui testa, sopra la pressione, che la base dello stesso riceve all'insù dall'acqua nel corpo della tromba sostenuta dalla pressione della stess'aria colla superficie dell'acqua nella conserva, bisogna, che, chiamata a la distanza della base dello stantuffo dal livello A A dell'acqua nella conserva, sia la sua forza $= abdg$, essendo quell'eccesso uguale al peso di una colonna di

acqua, la quale abbia per base la base dello ſtantuffo, e per altezza la diſtanza della ſteſſa base dal livello dell' acqua nella conserva, ſiccome c' insegna l' Idroſtatica. Però se la potenza vuole innalzare lo ſtantuffo della tromba aspirante, e premente inſieme, bisogna, che la sua forza ſia maggiore, anche non compresa la reſiſtenza, che proviene dallo sfregamento, della somma delle forze dei peſi dello ſtantuffo, e della suddetta colonna, oſſia maggiore di $abdg + dp$.

650. *Scolio*. Ma qui bisogna avvertire, che a misura che lo ſtantuffo dal suo maſſimo abbaſſamento paſſa al suo maſſimo innalzamento, ſi scema l'ajuto della preſſione dell' acqua interiore all' insù contro la di lui base, coſicchè, arrivato al suo maſſimo innalzamento, non soſtiene, che la preſſione dell' aria all' ingiù, essendo in queſto caso la preſſione dell' aria eſterna sulla superficie dell' acqua nella conserva in equilibrio colla preſſione dell' acqua elevata nel tubo di aspirazione, e nel corpo della tromba. Però per innalzare lo ſtantuffo ſino al suo maſſimo ascendimento ſi deve fare la forza motrice della potenza maggiore della somma delle forze del peso dello ſtantuffo, e del peso di una colonna d' acqua, che, oltre la ſteſſa base dello ſtantuffo, abbia l' altezza di $32 \frac{1}{4}$ piedi parigini.

651. *Coroll.* III. In una tromba aspirante, e premente inſieme la potenza guadagna nella

spinta dell'acqua la forza, che impiega per metterſi in equilibrio, allorchè, chiusa la valvola s del tubo di salita, ſi apre l'altra S nell'innalzamento dello ſtantuffo, colla forza della suddetta differenza delle due preſſioni, che queſto allora patisce, oſſia guadagna una forza $= abdg$ (649.). Si chiami A l'altezza dell'acqua nel tubo di salita al di su del livello A A dell'acqua nella conserva. Se la potenza sollevaſſe a quell'altezza l'acqua col mezzo di una tromba premente di spinta, che aveſſe lo ſteſſo ſtantuffo, che ha la tromba aspirante, e inſieme premente di spinta, la forza, che allora impiegherebbe la potenza conſiderata nello ſtato di equilibrio, sarebbe $=$ $Abdg - dp$ (641.). Ma per eſſere tromba aspirante, e premente di spinta impiega soltanto una forza $= A'bdg - dp$ (648.). Però, fatta la sottrazione di queſta seconda quantità dalla prima, il guadagno della forza, che fa la potenza nella tromba aspirante, e inſieme premente di spinta, dev'eſſer $= (A - A').bdg$, oſſia, poichè $A - A' = a = abdg$. Anche per queſt'altra ragione la tromba aspirante, e inſieme premente di spinta è più comoda della semplicemente premente, principalmente quando l'altezza della elevazione dell'acqua è molto grande.

652. *Coroll.* IV. Alla forza, che fa la potenza applicata all'eſtremità G della leva GZ in caso di equilibrio per ispingere mediante l'abbas-

samento dello stantuffo l'acqua nel tubo di salita, si aggiunga la forza, che la stessa fa mediante la medesima leva per vincere nell'innalzamento dello stantuffo l'eccesso della pressione, che questo dall' aria sostiene all'ingiù, sopra la pressione, che sostiene all'insù mediante l'acqua interiore: sarà la somma di quelle due forze $= A'bdg - dp + abdg$ (648., 649.) $= (A' + a) . bdg - dp = Abdg - dp$. Perciò anche nella tromba aspirante, e insieme premente dev'essere in caso di equilibrio $DP = Abdg - dp$, dove P esprime la somma delle pressioni, ch'esercita la stessa potenza nell'abbassamento, e nell'innalzamento dello stantuffo, non considerato il peso di questo nell' innalzamento.

653. *Coroll.* V. Egli è chiaro, che sì l'equazione, che riguarda le trombe aspiranti, e insieme prementi di elevazione, come anche l'altra, che appartiene alle trombe aspiranti, e insieme prementi di spinta, si può con questa sola esprimere $DP = Abdg \mp dp$, prendendo nelle prime il segno $-$, e nelle altre il segno $+$. Anzi la stessa equazione serve per tutte le trombe (642.), purchè il segno $+$ si prenda nelle trombe di elevazione, e il segno $-$ nelle trombe di spinta, ossieno esse semplicemente prementi, ossieno nello stesso tempo prementi, e aspiranti.

654. *Descrizione della tromba, ossia macchina a fuoco.* Le parti principali di questa macchina sono la caldaja PQ di rame (fig. 32.),

sotto della quale vi si mette il fuoco per convertire in vapore l'acqua contenuta: il cilindro ABCD di rame, dentro il quale si muove lo stantuffo M dello stesso metallo: il tubo *r s* attraversato da una lunga chiave orizzontale *g f* di rame, col mezzo della quale si concede, o si toglie a piacere il passaggio del vapore dalla caldaja nel cilindro: la leva EG mobile intorno il fulcro F, dalla estremità E della quale pende lo stantuffo M: la tromba finalmente aspirante ZCAKBC (fig. 33.), lo stantuffo della quale pende dall'altra estremità (fig. 32.) G della leva EG. I due stantuffi sono con tale artifizio attaccati alle estremità E, G della leva, che abbassandosi, o innalzandosi uno, s'innalza, oppure s'abbassa l'altro. La caldaja si riempie per metà di acqua, mediante il tubo *pq* fornito della chiave *h*. Essa ne ha degli altri tutti guerniti di chiave, i quali sono destinati o a vuotarla di acqua, o a regolarne l'altezza dell'acqua contenuta. Nello spazio NBC*m* del cilindro posto al di sotto dello stantuffo nella massima di lui depressione trovasi il tubo *nom* colla chiave *m*, il quale termina in un imbuto. L'uso di questo consiste nel somministrare al cilindro dell'acqua fredda, quando si vuole condensare il vapore rinchiuso dell'acqua bollente. L'acqua, che cade nel fondo del cilindro insieme a quella, che risulta dal vapore condensato, si fa sortire col mezzo di un piccol tubo fornito di chiave, e situato nello stesso fondo.

655.

655. *Scolio* I. Noi non diamo della macchina a fuoco, la quale è compostissima, se non quella descrizione, e figura, che può bastare all' intelligenza del di lei meccanismo. Si può vedere l'esatta descrizione, e figura nell' Idrodinamica del Bossut della seconda edizione, e nell' Enciclopedia all' articolo *Feu*. In vece della tromba aspirante si può far uso della premente, attaccando al punto G della leva l' armatura del di lei stantuffo. Qualunque tromba però s'adoperi, quando l' altezza della elevazione dell' acqua è molto grande, la parte inferiore della tromba dev'esser di ferro, se si vuole, ch'essa non crepi per la pressione dell' acqua elevata. Si può risparmiar la spesa, adoperando delle trombe aspiranti di legno di tratto in tratto ripetute insieme colle loro conserve. In questo caso gli stantuffi di ciascuna vengon nello stesso tempo con tale artifizio da una verga, che pende dall' estremo G della leva EG, mossi, che la tromba infima innalza l' acqua alla sua prima conserva, dove trovasi immerso il tubo aspirante della seconda tromba: questa la solleva alla seconda conserva, dove trovasi parimente immerso il tubo aspirante della terza, e così di seguito fino al ricettacolo supremo della macchina. La caldaja avea anticamente piatto il fondo; ma ora perchè possa concepir bene il calore del fuoco sottoposto, le si dà il fondo interiormente convesso, ed esteriormente concavo.

656. *Scolio* II. Le macchine a fuoco hanno maggiore, o minore grandezza secondo la maggiore, o minore quantità dell'acqua da elevarsi, e secondo anche la maggiore, o minore altezza, a cui la debbono portare. A Montrelais appresso d'Ingrande su i confini d'Angiò, e della Brettagna si adopera per estrarre dalle cave di carbone l'acqua una macchina a fuoco, il cilindro ABCD della quale ha $52\frac{1}{2}$ pollici di diametro preso interiormente, $9\frac{1}{2}$ piedi di altezza, l'ascesa, o discesa dello stantuffo è di $6\frac{1}{2}$ piedi, la lunghezza finalmente della leva EG è di 25 piedi. L'altezza, a cui porta l'acqua con sei repetizioni di trombe di $3\frac{1}{2}$ pollici di diametro, è di 600 piedi parigini. Vi sono delle macchine anche più grandi, che hanno più di 6 piedi di diametro nel lor cilindro. In questo caso però si fa uso ordinariamente di due caldaje, che si fanno alternativamente bollire, avendo ciascuna la sua comunicazione col cilindro.

TEOREMA IV.

Si metta in movimento lo stantuffo M *della macchina a fuoco: dico, che l'acqua dovrà salire dentro la tromba aspirante, finchè la somma delle forze della pressione, che dall'aria dell'atmosfera sostiene all'ingiù la testa dello stantuffo* M *del cilindro, e del peso dello stesso stantuffo sia eguale alla*

somma delle forze della pressione, che l'altro stantuffo sostiene all'ingiù e dall'aria dell' atmosfera, e dall'acqua elevata, e del peso dello stesso stantuffo, compresi sotto i pesi degli stantuffi anche quei delle loro armature.

657. Si ponga sotto la caldaja PQ piena di acqua sino alla metà il fuoco: le si conceda libera comunicazione col cilindro ABCD: si aprano poscia i tubi di questo, cosicchè l'aria rinchiusa nello spazio NBC*m* comunichi coll'esteriore. Il vapore, che si solleva dall'acqua bollente, caccierà nello spazio NBC*m* l'aria della caldaja, e la obbligherà insieme a quella di NBC*m* a sortire per gli aperti tubi nell'atmosfera. Si chiudan poi questi tubi, subitochè l'aria è uscita intieramente. Entrando il vapore continuamente dalla caldaja nello spazio NBC*m*, e non potendo più sortire per essere chiusi i fori, esso vi deve sempre più accumularsi, finchè acquista la forza di vincere e il peso dello stantuffo M, e della colonna di aria, che sulla di lui testa insiste verticalmente, ossia di elevare lo stantuffo M sino in AD, dove trovasi un ostacolo, che ne proibisce l'ulteriore elevazione. Sollevato lo stantuffo in AD, deve abbassarsi l'estremità G della leva, e quindi anche lo stantuffo della tromba aspirante.

Si chiuda ora colla chiave il tubo *rs* di

comunicazione, e riempiuto di acqua fredda il tubo *no*, si lasci, che un po' di acqua entri nel cilindro. Per la violenza dell'urto dell'acqua nel fondo del cilindro prodotta principalmente dalla pressione dell'aria esterna, l'acqua, sciogliendosi in minutissime gocce, si sparge qua, e là, condensa il vapore per il freddo, che gli comunica, e lo riduce allo stato di acqua. Quindi, restando voto di vapore il cilindro, lo stantuffo M e per il proprio peso, e per quello della colonna d'aria insistente discende, e fa sollevare l'altro stantuffo della tromba aspirante.

Si apra di nuovo il tubo *rs* di comunicazione: il vapore tornerà ad accumularsi nello spazio NBC*m* del cilindro, ad innalzare lo stantuffo M fino in AD, e ad abbassare l'altro stantuffo della tromba. Adunque, chiuso il tubo *rs* di comunicazione, se si lascierà, aprendo il tubo *nom*, entrare nel cilindro un poco di acqua fredda, il vapore mediante il freddo di questa tornerà a ridursi allo stato di acqua, lo stantuffo M a discendere, e l'altro della tromba ad innalzarsi. Si fa sempre la stess'operazione, finchè si dia tra le potenze, e le resistenze l'equilibrio. Ma quando? Poichè lo stantuffo della tromba aspirante non porta all'insù l'acqua, se non quando esso s'innalza, ossia se non quando discende lo stantuffo M del cilindro, egli è chiaro, che la potenza, che agisce nella elevazione dell'acqua, si è la pressione dell'aria, che insiste vertical-

mente sulla testa dello stantuffo M del cilindro, non servendo la forza espansiva del vapore ad altro, che a mettere il suddetto stantuffo nello stato di poter agire. Ma oltre questa potenza, ch'è la principale, havvene un'altra, che non si può ommettere nella considerazione dell'equilibrio, vale a dire il peso dello stantuffo M, e dei di lui attrezzi, giacchè anche questo agisce nella elevazione dell'acqua.

Le resistenze principali, che si oppongono all'azione di quelle due potenze, sono la pressione, che sostiene all'ingiù dall'acqua elevata, e dall'aria dell'atmosfera la testa dello stantuffo della tromba aspirante, e il peso dello stesso stantuffo, e dei di lui attrezzi; il qual peso è di somma considerazione nella macchina a fuoco, principalmente allorchè l'altezza della elevazione dell'acqua è molto grande. Dissi *le resistenze principali*, giacchè qui prescindo della resistenza degli sfregamenti. Quindi, comprendendo sotto il peso degli stantuffi anche quello dei loro attrezzi, deve l'acqua secondo i principj della Statica salire dentro la tromba aspirante, finchè la somma delle forze della pressione, che dall'aria sostiene all'ingiù la testa dello stantuffo M del cilindro, e del peso dello stesso stantuffo sia eguale alla somma delle forze della pressione, che l'altro stantuffo sostiene all'ingiù e dall'aria, e dall'acqua elevata, e del peso dello stesso stantuffo. Giocchè ec.

658. *Coroll.* Poichè la pressione, che dall' aria dell' atmosfera sostiene all' ingiù lo stantuffo M del cilindro, è uguale al peso di una colonna di acqua, la quale abbia per base la testa dello stantuffo, e per altezza $32\frac{1}{2}$ piedi parig., essa dev'esser $= Bag$, dove B esprime la base dello stantuffo, a l'altezza di $32\frac{1}{2}$ piedi, g finalmente il peso di un piede cubico parig. di acqua. Onde, chiamata D la distanza EF dal fulcro F della leva EG, p il peso dello stantuffo M, dev' esser la somma delle forze della pressione dell'aria, e del peso dello stantuffo M $= aBDg + Dp$. Egli è chiaro, che la somma delle forze della pressione, che l' altro stantuffo sostiene all' ingiù e dall' aria, e dall' acqua elevata, e del peso dello stesso stantuffo, dev' esser $= Abdg + dP$ (641.), dove A esprime l'altezza dell'acqua elevata al di su del livello dell' acqua esteriore, b la base dello stantuffo della tromba aspirante, d la distanza GF dal fulcro della leva, P il peso dello stesso stantuffo, g finalmente il peso di un piede cubico parig. di acqua. Perciò in caso di equilibrio dev' esser $aBDg + Dp = Abdg + dp$.

659. *Scolio.* Il primo, che dopo la famosa sperienza del Marchese di Worcester (145.) concepì l'idea di far movere gli stantuffi delle trombe mediante il vapore dell' acqua bollente alternativamente dilatato, e condensato, pare, che sia stato M. Papin Medico Francese, e Professore di Fi-

fica Sperimentale a Marburgo, ficcome fi rileva dalla sua Operetta pubblicata nel 1695. E' probabile, ch' egli abbia ricavata quell'idea dal suo celebre *Digeſtore degli oſſi*, in cui l'acqua compreſſa dal suo vapore entra violentemente nei pori dei corpi anche più duri, come gli offi, l'avorio ec., e li rende molli, come la pafta. Imperocchè ogni volta, che fi allenta là vite, che ferma il coperchio, innanzichè il vase fiafi raffreddato, il vapore lo sospinge con gran forza, ed esce effo fteffo impetuosamente. Il primo però, che realizzò il disegno di M. Papin, è ftato Savery, che fece sul principio di quefto secolo coftruire in Inghilterra una Macchina a fuoco. Ond'è, che quefta fi chiama anche la macchina di Savery. Ma la macchina, che Savery fece coftruire in Inghilterra, come anche quella, che in Affia M. Papin, era affai imperfetta, ficcome suol succedere al principio di quafi tutte le invenzioni più grandi. Nella 1.ª è ftata sì grande la forza del vapore, che nei primi tentativi scoppiò la caldaja dell'acqua bollente: nell'altra non fi pensò al mezzo di condensare il vapore nel cilindro, allorchè lo ftantuffo della macchina tocca la sua maffima elevazione, con alcune gocce di acqua fredda: e nè l'uno, nè l'altro, e neppure il Desaguliers nelle macchine, che mandò a Pietroburgo per il Czar Pietro, non avea ritrovato ancora il ripiego per mantener l'acqua nella caldaja ad un'altezza determinata. Quei, che hanno

perfezionata la macchina a fuoco, sono ſtati i celebri Newcomen, e Cawley, che *avendo adattato lo ſtantuffo in un cilindro superiormente alla caldaia dell'acqua bollente, fecero in modo, che spingendoſi lo ſtantuffo ſino ad un'altezza data ſi chiudeſſe la comunicazione colla caldaia, ed entraſſero lateralmente nel cilindro alcune gocciole di acqua fredda, onde, smorzandoſi il vapore, ſi obbligaſſe lo ſtantuffo a discendere, e a rinnovare lo ſteſſo giuoco di prima.* Friſi c. I. l. IV. della ſtess' Opera.

CAPO IV.

Dei principali Problemi, che appartengono alle trombe, e alla Macchina a fuoco.

660. I Problemi, che qui apporto, riguardano le trombe, e la Macchina a fuoco principalmente rispetto alle dimenſioni delle loro parti, e alla quantità dell'acqua, che le ſteſſe somminiſtrano in un dato tempo. Ma riguardo alle trombe Idrauliche non deve il giovane ſtudioso lasciare di leggere l'eccellente Opuscolo, che sulla loro Teoría pubblicò in Roma il celebratiſſ. Sig. Ab. Gioachino Peſſuti Profeſſore di Matematica nella Sapienza, nè riguardo alla Macchina a fuoco il bel Problema del Sig. Ab. Boſſut sulla ricerca delle dimenſioni da darſi a quella, affinchè il moto

sia regolare, salendo, e discendendo lo stantuffo del cilindro sempre colla stessa velocità. Nel resto la soluzione di questo Problema non difficilmente si ricava dalla dottrina esposta ai numeri 659., 663.

PROBLEMA I.

Date in una tromba, qualunque questa sia, mentre stà in equilibrio, cinque di queste sei quantità, il peso cioè dello stantuffo, la base di questo, l' altezza della elevazione dell' acqua al di su del livello dell' acqua esteriore, la distanza dell' estremo M, *da cui pende lo stantuffo, dal fulcro* Z, *la potenza applicata all' altro estremo* G *della leva, la distanza finalmente di quest' estremo* G *dal fulcro, ritrovare la sesta.*

661. Qualunque sia la tromba, deve, mentre questa trovasi nello stato di equilibrio, essere $DP = Abdg \mp dp$ (63.). Quindi dev' esser

$$P = \frac{Abdg \mp dp}{D}, \qquad D = \frac{Abdg \mp dp}{P},$$

$$A = \frac{DP \pm dp}{bdg}, \qquad b = \frac{DP \pm dp}{Adg},$$

$$p = \frac{DP - Abdg}{\mp d}, \qquad d = \frac{DP}{Abg \mp p}.$$

In queste equazioni la quantità g è nota, essendo $g = 70$ libb. parig. Però date cinque delle sei si ha sempre la sesta. Ciocchè ec.

PROBLEMA II.

Date in una Macchina a fuoco, mentre questa trovasi nello stato di equilibrio, sei di queste sette quantità, le basi cioè degli stantuffi, i pesi di questi, le distanze dei punti E, G *dal fulcro* F *della leva, l' altezza finalmente dell' acqua innalzata al di su dell' acqua nella conserva, ritrovare la settima.*

662. In una macchina a fuoco, mentre trovasi nello stato di equilibrio, dev' esser $aBDg + Dp = Abdg + dP$ (658.). Quindi facilmente si ritrova

$$B = \frac{Abdg + dP - Dp}{aDg}, \quad D = \frac{Abdg + dP}{aBg + p},$$

$$A = \frac{aBDg + Dp - dP}{bdg}, \quad b = \frac{aBDg + Dp - dP}{Adg},$$

$$d = \frac{aBDg + Dp}{Abg + P}, \quad P = \frac{aBDg + Dp - Abdg}{d},$$

$$p = \frac{Abdg + dP - aBDg}{D}.$$

In queste equazioni le due quantità a, g son note, essendo $a = 32\frac{2}{3}$ piedi parigini, e

g = 76 libb. parig. Però date sei delle sette suddette quantità si ha sempre la settima. Ciocchè ec.

663. *Scolio*. Quando la macchina è nello stato di equilibrio, se si vuole, ch' essa operi, bisogna fare la forza della potenza maggiore della forza della resistenza. L' esperienza c' insegna, che per prevenire ogni inconveniente deve quella essere almeno $= \frac{8}{7}$ di questa. La superiorità della forza della potenza non è solamente necessaria per rompere l' equilibrio, ma eziandio per queste tre altre ragioni. La 1.ª si è, che lo stantuffo del cilindro, allorchè discende, e lo stantuffo della tromba, allorchè ascende, patiscono notabile sfregamento, la resistenza del quale deve esser superata dalla potenza, se la macchina ha da operare. L' altra, che lo stantuffo del cilindro, mentre discende, per la sua grande velocità si sottrae in parte all' impressione della colonna sopraincumbente dell' atmosfera. Ond' è, ch' esso nella sua discesa vien premuto con forza minore del peso della suddetta. L'ultima finalmente, che lo spazio del cilindro posto al di sotto dello stantuffo non è intieramente voto di aria, venendo sempre una certa quantità di questa strascinata dentro dall' acqua d' injezione. Ora quest' aria, poichè a misura che discende lo stantuffo, si va sempre più riducendo in uno spazio più piccolo, può essa acquistare tale elasticità di resistere notabilmente alla di lui discesa.

664. Coroll. Si ponga il fulcro F nel mezzo della leva EG, cosicchè la distanza EF sia eguale alla distanza GF. Poichè in questo caso $D = d$, fatta la divisione, si avrà $B = \frac{Abg + P - p}{ag}$, $A = \frac{aBg + p - P}{bg}$, $b = \frac{aBg + p - P}{Ag}$, $P = aBg + p - Abg$, $p = Abg + P - aBg$.

665. Scolio. La parte superiore della caldaja, dove s' innalza il vapore dell'acqua bollente, ha nelle macchine moderne la figura di una specie di volta un poco abbassata nel mezzo. In essa vi sono due piccoli tubi verticali, e disuguali forniti ambedue di chiave, i quali si chiamano *tubi di prova*, perchè servono a far conoscere, se l'acqua nella caldaja ha la conveniente altezza, ed ecco in qual modo. Il più corto entra soltanto nel vapore, l'altro, ch'è più lungo, anche nell'acqua. Essi sono disposti in modo, che quando l'acqua ha nella caldaja la debita altezza, se si aprono ambedue, dal più corto sorte soltanto il vapore, dal più lungo l'acqua mediante la pressione, che questa riceve dalla forza espansiva del vapore compresso. Ma se ambedue dassero acqua, o vapore, sarebbe segno, che l'acqua nella caldaja fosse nel 1.° caso troppo alta, nel 2.° troppo bassa. Si rimedia al 1.° inconveniente, lasciando sortire dell'acqua dalla caldaja; al 2.°, introducendovene dell'altra. Premesse queste notizie sia

PROBLEMA III.

Ritrovare in una macchina a fuoco, mentre questa opera, la forza, con cui il vapore dell'acqua bollente preme all'insù lo stantuffo del cilindro.

666. Si apra il tubo più lungo di prova, e si noti l'altezza, a cui sale il getto nell'aria al di su del livello dell'acqua nella caldaja. Egli è chiaro, che allora la forza espansiva del vapore fa equilibrio col peso di una colonna di acqua di un'altezza eguale alla somma delle altezze di $32\frac{2}{3}$ piedi, e del getto, facendo essa allora equilibrio colla pressione dell'aria esteriore, e col peso di una colonna d'acqua della stess'altezza del getto. Se si supporrà (il che pare, che si possa supporre senza pericolo di error notabile), se si supporrà, dico, che il vapore diffuso nella parte superiore della caldaja, e nello spazio $NBCm$ del cilindro abbia la stessa forza di espansione, facilmente si troverà, che la forza, con cui il vapore dell'acqua bollente preme all'insù lo stantuffo nella macchina a fuoco, è uguale al peso di una colonna di acqua, la base della quale sia eguale alla base dello stantuffo, e l'altezza alla somma delle altezze del getto, e di $32\frac{2}{3}$ piedi. Onde se si chiamerà B la base dello stantuffo, A l'altezza di $32\frac{2}{3}$ piedi, *a* l'altezza

del getto nell'aria al di su del livello dell'acqua nella caldaja, g finalmente il peso di un piede cubico di acqua, sarà la suddetta forza $= (A + a) . Bg$ libb. parigine. Ciocchè ec.

667. Scolio. Due cose qui meritano di essere avvertite. La prima si è, che la forza ritrovata del vapore dell'acqua bollente non è esatta, se non sul principio del moto dello stantuffo. Imperocchè a misura che questo s'innalza, si scema anche la densità, e quindi la elasticità. e perciò anche la forza del vapore contro la di lui base. L'altra si è, che il Sig. Ab. Bossut nella descrizione, ch'egli fa della macchina a fuoco, che si adopera a Fresne villaggio vicino a Condè per estrar l'acqua dalle cave di carbone, dice, che il getto di acqua, il quale sorte dal tubo maggiore di prova, si solleva 7 in 8 piedi al di su del livello dell'acqua nella caldaja. In questa macchina adunque la forza elastica del vapore dell'acqua bollente stà a quella dell' aria verso la terra $= 40 : 33$, essendo la prima eguale al peso di una colonna d'acqua di 40, l'altra di soli $32 \frac{4}{7}$, ossia di soli 33 piedi in circa.

668. Coroll. I. Se la pressione, che dall'aria dell'atmosfera sostiene all'ingiù la testa dello stantuffo del cilindro, si leverà dalla pressione, che sostiene all'insù la base dello stesso dal vapore dell'acqua bollente, si troverà la parte di questa pressione, che s'impiega nell'innalzamento dello stantuffo, non considerato il peso di questo,

$= (A + a) . Bg - Bag$, dove A esprime l'altezza di $32\frac{2}{3}$ piedi parig., $= aBg$, eguale cioè al peso di una colonna di acqua, la quale abbia per base quella dello ſtantuffo, e per altezza quella del getto, che sorte dal tubo maggiore di prova al di su della superficie dell'acqua nella caldaja.

669. *Coroll.* II. Poichè il vapore, che ſi contiene nella parte superiore della caldaja, e nell'inferiore del cilindro, preme ciascun punto delle loro superficie al di fuori perpendicolarmente, se ſi chiamerà s la superficie premuta, ſi troverà la quantità della di lui preſſione $= (A + a) . gs$. Ma poichè l'aria eſteriore, che circonda la macchina, preme al di dentro gli ſteſſi punti perpendicolarmente, viene la suddetta preſſione dalla contraria dell'aria in parte diſtrutta, coſicchè il di lei reſiduo $= (A + a) . gs - Ags = ags$, eguale cioè al peso di una colonna di acqua, che abbia per base la superficie premuta dal vapore; e per altezza quella del getto al di su dell'acqua nella caldaja. Quindi s'intende, donde avviene, che, alloraquando ſi accumula in gran copia il vapore, le parti, dalle quali è compoſta la caldaja, o il cilindro, principalmente le più deboli, non potendo reſiſtere in virtù della loro coerenza all'eceſſo della preſſione del vapore, ſi rompano.

670. *Scolio.* Queſt'accidente alcune volte è avvenuto, e tra le altre alla Macchina di Savery,

ficcome abbiam già accennato. Le groffezze delle laftre di rame, dalle quali è formata la caldaja della macchina di Fresne, è di 3 in 4 linee.

PROBLEMA IV.

Dati in una macchina a fuoco lo spazio, che percorre lo ftantuffo M *del cilindro nella sua discesa, il numero delle volte, ch' effo discende in un minuto, la base dell' altro ftantuffo della tromba aspirante, le diftanze dei punti* E, G, *dai quali pendono gli ftantuffi, dal fulcro* F *della leva, il tempo finalmente, in cui dura lo scolo, ritrovare la quantità dell' acqua, che in quefto tempo la macchina somminiftra.*

671. EGli è chiaro, che dei due spazj, che descrive lo ftantuffo M dentro il cilindro ABCD salendo, e discendendo, il solo descritto nella discesa agisce nella elevazione dell' acqua, non servendo l' altro, che a mettere la potenza nello ftato di poter agire. Si esprima dunque in piedi parigini lo spazio, che percorre nella sua discesa, e fi dica s. Si cerchi ora lo spazio, che nello fteffo tempo deve percorrere nella sua ascesa l' altro ftantuffo della tromba aspirante. Effendo i suddetti spazj proporzionali alle diftanze D, d dei punti E, G, dai quali pendono i due ftantuffi,

tuffi, dal fulcro F della leva, se si farà $D : d = s : x$, si troverà lo spazio ricercato, ossia $x = \frac{ds}{D}$. Si ponga inoltre n il numero delle volte, che lo stantuffo M discende in un minuto, ossia che lo stantuffo della tromba aspirante ascende in un minuto, b la base di questo stesso stantuffo, t il tempo, in cui dura lo scolo dell'acqua, espresso in minuti, Q finalmente la quantità dell'acqua, che la macchina somministra nel tempo t. Ognun vede, che, incominciato lo scolo dell'acqua, deve ad ogni ascendimento dello stantuffo della tromba esser portata nel ricettacolo di questa, e quindi sortire per il di lui foro una colonna di acqua, la base della quale sia eguale a quella dello stantuffo, e l'altezza eguale allo spazio, che questo descrive nel suo ascendimento. Quindi, poichè lo stantuffo della tromba ascende in un minuto il numero n di volte, si troverà la quantità dell'acqua, che la macchina somministra nel tempo t, ossia si troverà $Q = \frac{bdnst}{D}$ piedi cubici di acqua, purchè le quantità b, d, D, s sieno espresse in piedi quadrati. Se $D = d$, allora diventa $Q = bnst$. Ciocchè ec.

672. L'esposta dottrina si conferma esattamente coll'altra (627.), purchè si prescinda, siccome abbiam fatto in quel luogo, dalle forze delle parti della macchina, che cospirano, oppure

ſi oppongono all'innalzamento dell'acqua. Si prenda l'equazione $P = \frac{ps}{A}$, e ſi cerchi il valore del peso P di acqua innalzato nel tempo t all'altezza A. Si troverà, chiamato Q il volume di queſt'acqua in piedi cubici, e g il peso di uno di queſti, $P = Qg$. Si cerchi poscia il valore della potenza p applicata alla macchina. Egli è chiaro, che nella equazione $aBDg + Dp = Abdg + dP$ (658.) ſi può prendere per forza della potenza la quantità $Abdg$, eſſendo, trascurate le forze Dp, dP dei peſi degli ſtantuffi, $Abdg = aBDg$. Però la semplice potenza p applicata alla macchina ſi può conſiderare $= Abg$. Si cerchi finalmente il valore dello spazio s, che descrive la potenza applicata alla macchina nel tempo t, che mette ad elevare da terra il peso P di acqua all'altezza A. Si ponga m lo spazio, che descrive lo ſtantuffo M nella sua discesa: ſi troverà lo spazio, che percorre nello ſteſſo tempo salendo l'altro ſtantuffo della tromba aspirante $= \frac{dm}{D}$. Quindi, poichè queſto ſtantuffo in un minuto ascende un numero n di volte, dev'eſſer lo spazio, che descrive ascendendo nel tempo t, oſſia lo spazio, che nel tempo t descrive la potenza applicata alla macchina, oſſia $s = \frac{dmnt}{D}$. Adunque, fatta nell' equazione $P = \frac{ps}{A}$ la soſtituzione dei valori ri-

trovati di P, p, s, si avrà $Qg = \frac{Abgdmnt}{AD}$,

e quindi $Q = \frac{Abdmnt}{AD}$, ossia poichè in questa

equazione $m = s$ dell'altra $Q = \frac{bdnst}{D}$, messo

s al luogo di m, si avrà finalmente $Q = \frac{Abdsnt}{AD}$

$= \frac{bdnst}{D}$, eguale cioè alla quantità dell'acqua

ritrovata col metodo di sopra (671.).

673. *Coroll.* I. Poichè lo stantuffo M del cilindro, allorchè il moto della macchina è ben regolato, discende 14, o 15 volte in un minuto, siccome si è osservato nelle macchine a fuoco meglio fatte, quantunque in caso di bisogno esso possa essere sforzato a fare fino 16, o 17 discese in un minuto, e poichè lo spazio, che lo stesso percorre nella sua discesa, può essere di 6, e più piedi: siccome succede in più macchine, chiaramente si vede, quanto enorme sia la quantità dell'acqua, che in un dato tempo somministra la macchina a fuoco, principalmente se la base dello stantuffo della tromba aspirante è grande. Quindi s'intende l'uso di questa macchina nell'asciugare le miniere, e paludi, nell' irrigare le campagne, nel provvedere di acqua i canali di navigazione, ec.

674. *Coroll.* II. La quantità dell'acqua, che

somministra una macchina a fuoco, *caeteris paribus*, è in ragione della base dello stantuffo della tromba aspirante, siccome facilmente si ricava dall' equazione $Q = \frac{bdnst}{D}$, dove, *caeteris paribus*, diventa $Q = b$. Ma questa base b, *caeteris paribus*, è in ragion composta dalla diretta della base dello stantuffo M del cilindro, e dall' inversa dell' altezza, a cui la macchina solleva l' acqua nel suo stato di equilibrio, siccome si raccoglie dall' equazione

$b = \frac{aBDg + Dp - dp}{Adg}$, in cui, *caeteris paribus*, diventa $b = \frac{B}{A}$. Perciò la quantità dell' acqua, che somministra una macchina a fuoco, *caeteris paribus*, è in ragion composta dalla diretta della base dello stantuffo del cilindro, e dall'inversa dell' altezza, a cui essa porta l' acqua nel suo stato di equilibrio. Onde, perchè la macchina a fuoco somministri in un dato tempo un gran corpo di acqua, si deve dare allo stantuffo del cilindro una gran base, e non molta elevazione al ricettacolo della tromba aspirante.

675. *Coroll.* III. Se la quantità dell' acqua, che in un dì somministra una data macchina a fuoco, si paragonerà con quella, che nello stesso tempo somministra un' oncia Milanese di acqua, facilmente si troverà, quante pertiche di terreno pos-

sano essere col mezzo di quella in un giorno irrigate (630.). Similmente dato il consumo dell' acqua, che fa in un dì ciascun Cittadino, compresa anche quella, che serve all'uso degli animali domestici, si troverà senza difficoltà, a quanti Cittadini possa bastare la quantità dell'acqua, che in un dì somministra una data macchina a fuoco.

676. *Coroll.* IV. Quindi s' intende, come anche nelle trombe, qualunque sia la loro specie, si possa ritrovare la quantità dell'acqua, ch'esse somministrano in un dato tempo, essendo questa in ciascuna tromba, siccome facilmente si deduce dalla soluzione del presente Problema, eguale al prodotto della base dello stantuffo, dello spazio, che questo descrive nel suo ascendimento, o discendimento, del numero delle volte, che sale, o discende in un minuto, e del tempo, in cui dura lo scolo, moltiplicati assieme, ossia essendo in ciascuna tromba $Q = bnst$ piedi cubici di acqua, purchè le quantita b, s sieno espresse in piedi.

677. *Scolio.* Le trombe ordinarie non somministrano, se non una scarsa quantità di acqua. Se non si vuole rendere il loro uso incomodo, secondo i migliori Artefici non deve il diametro della base dello stantuffo eccedere un piede, nè l'alzata, o depressione dello stesso esser maggiore di un altro piede, nè si possono in un minuto avere che quaranta colpi di stantuffo. Ond' è, che la quantità dell'acqua, che ad ogni minuto sommi-

niſtrano le trombe, non è maggiore di $31\frac{3}{7}$ piedi cubici in pratica, mentre quella, che dispensa la Macchina a fuoco del Re di Napoli all'altezza di 25 piedi, è di 500 piedi cubici per ogni minuto. Quando abbisogna una grande quantità di acqua, alcuni invece di far uso di un'altra macchina sogliono replicare, e moltiplicare il numero delle trombe. Ma queſta replicazione non sempre torna a conto anche quando la grandezza dello spazio lo permette.

PROBLEMA V.

Render lo sgorgo dell'acqua mediante la elaſticità dell'aria continuo nelle trombe.

678. Il getto dell'acqua fluente è nelle trombe intermittente, nelle trombe di elevazione non andando nel ricettacolo nuov'acqua, se non nell'innalzamento dello ſtantuffo, e in quelle di spinta non va, se non nell'abbaſſamento. Queſta intermittenza del getto è un inconveniente grandiſſimo nelle trombe, che ſi adoperano affine di spegnere gl'incendj, giacchè ſi sa, che un getto continuo eſtingue con maggior facilità, che un altro di tratto in tratto interrotto, quantunque queſto somminiſtri la ſteſſa quantità di acqua in tempi eguali. Sono ſtati inventati varj ripieghi per avere nelle trombe un getto continuo, ſiccome ſi

può vedere negli Atti dell'Accademia delle Scienze di Parigi del 1716. Ma il ripiego della condensazione dell'aria è il più ſicuro, e facile. Però eſſo è più comunemente adottato anche dagli ſteſſi Artefici Franceſi.

La tromba da incendj non è, che una tromba aspirante, e inſieme premente, nè differisce dalla comune, se non perchè il suo tubo aspirante è aſſai corto, e in vece di un tubo ascendente di metallo ne ha uno di cuojo fleſſibile per poter dirigere l'acqua, dove il bisogno la richiede. Le sue parti principali sono il corpo della tromba CF (fig. 34.), dentro il quale ſi move lo ſtantuffo N non forato, che vien meſſo in moto da una leva del secondo genere: il tubo di aspirazione FH, che non comunica col corpo della tromba se non mediante il foro *m* coperto da una valvola, che non ſi apre, se non all'insù: la caſſa AEPD fatta a guisa di un tubo, che involge da ogni parte il corpo della tromba CF, di un diametro due, o tre pollici più grande di quello del corpo della tromba: il piccol tubo finalmente ascendente PR, che nella sua eſtremità superiore ha una valvola *o*, che non ſi apre se non all'insù, ed una viera, che riceve una madre vite, col mezzo della quale gli ſi unisce il tubo di cuojo. Il corpo della tromba comunica verso la sua parte inferiore colla caſſa mediante il foro *n* coperto da una valvola a molla, la quale non ſi apre, se non al di fuori. L'inter-

vallo, che paſſa tra la caſſa, e il corpo della tromba, è ripieno di aria. Ond'è, che la caſſa chiamaſi *conserva di aria*.

Queſta conserva non contiene sul principio che l'aria nello ſtato naturale di denſità. Ma quando s'abbaſſa lo ſtantuffo N, la preſſione, che queſto produce sull'acqua nello spazio interiore del corpo della tromba, chiude allora la valvola in *m*, ed apre l'altra in *n*. Perciò l'acqua paſſa non solamente nel tubo di cuojo, dopo di avere aperta la valvola in *o*, ma eziandio nell'intervallo, che giace tra il corpo della tromba, e la caſſa, che lo involge, dove condensa l'aria rinchiusa, e le toglie la comunicazione coll'aria eſterna, e la obbliga ad occupare soltanto la parte A*rr*D dell'intervallo, ch'eſſa prima occupava. Subitochè di nuovo ſi alza lo ſtantuffo, queſt'aria non eſſendo più sottopoſta alla preſſione dell'acqua, in virtù della sua elaſticità ſi dilata in maggiore spazio, fa discender l'acqua nella conserva, e la coſtringe ad innalzarſi nel tubo di cuojo; il che rende lo sgorgo dell'acqua fuori della tromba continuo. Nelle altre trombe ſi mette ordinariamente la conserva dell'aria all'intorno del tubo di salita, rendendo queſto nel luogo, dov'eſſa è ſituata interrotto, perchè poſſa l'acqua, che sale per il tubo, allorchè s'abbaſſa lo ſtantuffo, spanderſi in parte nella conserva dell'aria. Ciocchè ec.

679. *Scolio*. Non poche volte ſi ha il dispiacere di trovare la macchina da incendj in tempo

del bisogno più grande mancante all' uopo per li tubi di condotta, i quali o perdono l'acqua, o non le concedono per arsura libero il passaggio. A questi due inconvenienti applica ingegnosamente i seguenti rimedj il ch. Sig. Conte Cavaliere Agostino Litta nella sua già lodata dissertazione sull'Idrobalo. „ Si facciano, dic'egli, tali tubi a doppio strato di pelle, che può essere sottile anche più dell'ordinario: fra l'uno, e l'altro strato però s'introducano delle vesciche, che investano l'interior tubo. Per tal mezzo si sarà provveduto, che non trapeli goccia alcuna di acqua. Ad ovviare poi, che l'arsura non li tenga uniti, basterà d'introdurre nell'interior del tubo dei cerchj, ossia spire di sottil filo d'ottone. I tubi così disposti avran tutta la flessibilità degli altri tubi di cuojo, e tutta l'esattezza, e sicurezza dei tubi di metallo, onde potranno anche servire all'intento di una esatta aspirazione ".

680. *Coroll.* I. O abbia la tromba la conserva dell'aria, o no, la quantità dell'acqua, ch'essa somministra in tempi eguali, dev'esser la stessa, purchè in ambedue i casi la velocità dello stantuffo sia la stessa, essendo, posto che lo stantuffo nel suo abbassamento percorra lo spazio rs, la quantità dell'acqua nello stesso tempo sì nell'uno, come nell'altro caso espulsa per il foro n eguale ad una colonna, che abbia per base la base dello stantuffo, e per altezza l'altezza rs. Per questa ragione la conserva dell'aria è inutile in

quelle trombe, che servono agli usi delle case, e dei giardini.

681. *Coroll.* II. La potenza motrice, la velocità dello stantuffo dimorando la stessa, impiega la stessa forza, o abbia, o non abbia la tromba la conserva dell'aria. Imperocchè quando la tromba non ha la conserva, la forza motrice allora si applica intieramente all'elevazione dell'acqua per il tubo ascendente; quando poi l'ha, allora parte s'impiega a far uscir l'acqua per il suddetto tubo, parte a condensar l'aria. Ma questa forza, che congiunta all'altra parte esaurisce la forza motrice intiera, viene poi restituita all'acqua nella conserva dall'elasticità dell'aria rinchiusa.

682. *Scolio*. La macchina da incendj è sottoposta in pratica a non piccioli incomodi. Essa per la grandezza del suo volume non si può trasportare comodamente da un luogo ad un altro senza il mezzo di un carretto: non si può introdurre nelle case, se le porte di queste sono strette, per poter meglio, e con maggior efficacia dirigere il getto, dove lo richiede il bisogno: non si può in fine sistemare, ed abilitare all'uso, se non dopo molto tempo, e lungo travaglio. Per questi, ed altri inconvenienti la macchina da incendj merita di essere abbandonata principalmente dopo l'invenzione dell'idrobalo, che senza essere in pratica sottoposto ai suddetti inconvenienti ha sopra di quella due pregi di somma considerazione. Il primo si è, che quan-

do al luogo dell' incendio trovasi vicino un pozzo, può esso da se stesso estrar l' acqua necessaria all' estinzione, non altro richiedendosi a questo fine, che il prolungamento, e l' immersione del suo tubo di aspirazione nell' acqua, il quale può essere anche di cuojo (679.). L' altro si è, che il getto, che la stessa Macchina produce, è più copioso, che quello della ordinaria da incendj. L' idrobalo, che presso di se conserva il Cittad. Preposto Castelli, non ha un volume maggiore di un mezzo piede cubico parigino, siccome quegli asserisce nella sua *lettera al Sig. Ab. Bossut*: tuttavia esso *serve . . . . ad estinguer gl' incendj al pari, e forse meglio di qualunque più voluminosa macchina di questo genere*.

Fine del III., ed ultimo Tomo.

INDICE
DEL TOMO III.

LIBRO III.

Della misura delle Acque correnti.

LIBRO IV.

Della misura delle Acque zampillanti.

LIBRO V.

Dell' azione dei Fluidi, e dei fenomeni, che ne derivano.

LIBRO VI.

Delle Macchine Idrauliche destinate all'innalzamento delle acque.

Errori del Tom. III. *Correzione.*

Pag.	linee	Errori	Correzione
27	14	$Zp - xp$ $(Z - x)$	$zp - xp$ $(z - x)$
110	2	$Dd = \frac{DB}{SD}$	$Dd = \frac{DB^2}{SD}$
149	4	*che soffre*	*che dall' aria soffre*
149	23	$R = afg$	$R = 2afg$
150	4	$R = \frac{7af}{8640}$	$R = \frac{7 \cdot 2af}{8640}$
156	4	V, V'	v, v'
113	21	24:	24.
200	11	CD	CB
222	4	$\sqrt{\left(\frac{P.800.3}{7.5}\right)}$	$\sqrt{\left(\frac{P.800.3}{7.8}\right)}$
319	21	$= Mm : x$	$= x : Mm$
327	17	allorchè questa	allorchè questo
332	26	colla superficie	sulla superficie

Ma quì debbono essere scancellate le seguenti parole, che si trovano alla pag. 38. lin. 17: *deve all' incontro esser piuttosto scemata, che accresciuta per essersi coll' alzamento sminuita la loro discesa.*

A
K
S
H
A
F
E
C
D
Fig.V
M
M
m
m
c
F
a
G
A
O
P
E
N
C
Fig.VII
A
c

XII
Fig XXI
Fig XXIII
Fig. XXV

XXX
A
A
K
S
b
a
o
G